

1- حساب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

لدينا :  $U_n = \frac{3-2n}{4} + \frac{5}{2^n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

وبما أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3-2n}{4} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{2n}{4} = -\infty$  ،

و  $\left( \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty \text{ لأن} \right) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{2^n} = 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty \quad \text{فإن :}$$

2- لتبين أن  $(V_n)$  متتالية حسابية

ليكن  $n$  عنصرا من  $\mathbb{N}$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{3-2(n+1)}{4} - \frac{3-2n}{4} \quad \text{لدينا :}$$

$$= \frac{3-2n-2-3+2n}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$V_{n+1} = V_n - \frac{1}{2} \quad \text{ومنه :}$$

وهذا يعني أن  $(V_n)$  بالفعل متتالية حسابية أساسها  $-\frac{1}{2}$

3- حساب  $S$  بدلالة  $n$

لتكن  $(W_n)$  المتتالية العددية بحيث :

$$W_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$U_n = V_n + W_n \quad \text{إذن :}$$

وبالتالي فإن :

$$U_0 + U_1 + \dots + U_n = (V_0 + W_0) + (V_1 + W_1) + \dots + (V_n + W_n)$$

$$V_0 = \frac{3-2 \cdot 0}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{وبما أن } (V_n) \text{ متتالية حسابية حدها الأول :}$$

$$V_0 + V_1 + \dots + V_n = (n+1) \cdot \frac{V_0 + V_n}{2} \quad \text{فإن :}$$

$$= (n+1) \cdot \frac{\frac{3}{4} + \frac{3-2n}{4}}{2} = \frac{(n+1)(3-n)}{4}$$

$$= \frac{-n^2 + 2n + 3}{4}$$

ولدينا  $(W_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  وحدها الأول

$$W_0 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 5$$

$$W_0 + W_1 + \dots + W_n = W_0 \cdot \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{إذن :}$$

$$= 5 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 10 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

$$= 10 - 5 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$S = \frac{-n^2 + 2n + 3}{4} + 10 - 5 \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{وبالتالي فإن :}$$

$$= \frac{-n^2 + 2n + 43}{4} - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$