

(2) النهايات عند محداث $\mathbb{R}^*$:

بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1$.

فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x = 0$

لدينا : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = -\infty$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = +\infty$

و $\lim_{x \rightarrow 0} e^x = 1$

إذن : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x = +\infty$

و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x = -\infty$

بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1$

فإن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x = +\infty$

(2) بما أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = +\infty$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ فإن المنحنى (C)

يقبل مقاربا عموديا معادلته $x = 0$

• بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ فإن المنحنى (C) يقبل مقاربا أفقيا بجوار $y = 0$ معادلته $y = 0$

• لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \frac{e^x}{x} = +\infty$$

إذن

وهذا يعني أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب $+\infty$ جوار

(3) (a) لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{x^2} e^x + \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^x \\ &= \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 1\right) e^x \\ &= \left(\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right) e^x \end{aligned}$$

لدينا $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ و $e^x > 0$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

إذن : $\left(\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right) e^x > 0$ أي $f'(x) > 0$ مهما يكن x من $\mathbb{R}^*$

(b) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$

(c) لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \left(-\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right)e^x + \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 1\right)e^x \\
 &= \left(-\frac{2}{x^3} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} + 1\right)e^x \\
 &= \left(\frac{x-1}{x}\right)\left(\frac{2}{x^2} + 1\right)e^x
 \end{aligned}$$

واضح أن $\left(\frac{2}{x^2} + 1\right)e^x > 0$ لكل x من $\mathbb{R}^*$ ، إذن $f''(x)$

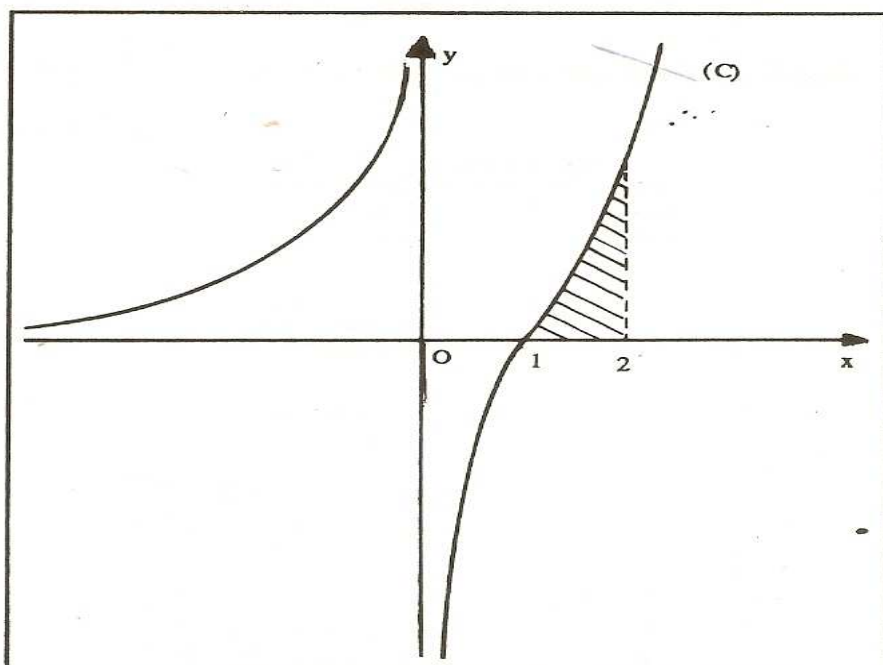
و $\frac{x-1}{x}$ لهما نفس الإشارة ، من خلال الجدول التالي :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	—	+	+

نستنتج أن $f''(x)$ تنعدم في 1 بتغيير إشارتها وهذا يعني أن النقطة

A (1, 0) نقطة انعطاف للمنحنى (C)

(4) التمثيل المباني :



(5) (a) لكل x من $\mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{1}{x^2} e^{2x} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x} \right) \cdot (2e^{2x}) \\ &= \left(\frac{1}{x^2} + 1 - \frac{2}{x} \right) e^{2x} \\ &= \left(1 - \frac{1}{x} \right)^2 e^{2x} \\ &= \left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) e^x \right]^2 \\ &= (f(x))^2 \end{aligned}$$

ومنه : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : F'(x) = (f(x))^2$

(b) ليكن V حجم الجسم المولد بدوران D حول محور الأفاصيل.

$$\begin{aligned} V &= \int_1^2 \pi f^2(x) dx \\ &= \pi \cdot \int_1^2 F'(x) dx \\ &= \pi [F(x)]_1^2 \\ &= \pi \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x} \right) e^{2x} \right]_1^2 \\ &= \pi \left(0 - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) e^2 \right) \\ &= \frac{\pi e^2}{2} \end{aligned}$$

$$V = \frac{\pi e^2}{2} \quad \text{وبالتالي}$$

www.achamel.info

www.Achamel.net

www.Achamel.org

www.Achamel.ma



مع تحيات Equipe Achamel