

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0 \text{ و } x+1 > 0\} \quad . (a \quad (1 \\ =] - 1, +\infty [$$

$$: \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) \quad \text{حساب}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{2}{x+1} = +\infty \quad , \quad \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x+1}{2} \ln \frac{x+1}{2} = 0 \quad \text{لدينا} :$$

$$. \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{و}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) &= \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x}{x+1} - \ln \frac{x+1}{2} \quad \text{إذن} : \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{2}{x+1} \left(\frac{x}{2} - \frac{x+1}{2} \ln \frac{x+1}{2} \right) \\ &= -\infty \end{aligned}$$

• حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{2} = +\infty \text{ لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} - \ln \frac{x+1}{2} = -\infty$$

(b) • إتصال f :

$$x \rightarrow \ln \frac{x+1}{2} \text{ الدالة } x \rightarrow \frac{x}{x+1} \text{ متصلة على } D \text{ والدالة}$$

متصلة على D إذن f دالة متصلة على D لأنها فرق دالتين متصلتين على D

• اشتقاق f :

$$x \rightarrow \ln \frac{x+1}{2} \text{ الدالة } x \rightarrow \frac{x}{x+1} \text{ قابلة للاشتقاق على } D \text{ والدالة}$$

قابلة للاشتقاق على D إذن f دالة قابلة للاشتقاق على D لأنها فرق دالتين قابلتين للاشتقاق على D

(2) (a) لكل x من D :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1 \cdot (x+1) - 1 \cdot x}{(x+1)^2} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{x+1}{2}} \\ &= \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{-x}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

(b) دراسة إشارة $f'(x)$:

واضح أن إشارة $f'(x)$ على D هي إشارة $-x$ ومنه :

$$f'(x) > 0 \text{ إذا كان } -1 < x < 0$$

$$f'(x) < 0 \text{ إذا كان } x > 0$$

$$f'(x) = 0 \text{ إذا كان } x = 0$$

جدول تغيرات f :

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-
$f(x)$	$-\infty$	$\ln 2$	$-\infty$

(c) - نحسب $f''(x)$ لكل x من D :

$$f''(x) = \frac{-(x+1)^2 + 2(x+1)x}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{(x+1)^4}$$

بما أن $(x+1)^4 > 0$ لكل x من D فإن إشارة $f''(x)$ هي إشارة $x^2 - 1$ ومنه :

$$f''(x) > 0 \text{ إذا كان } x > 1$$

$$f''(x) < 0 \text{ إذا كان } -1 < x < 1$$

$$f''(x) = 0 \text{ إذا كان } x = 1$$

أخيرا : بما أن $f''(x)$ تنعدم بتغيير الإشارة عند 1 فإن المنحنى (C)

يقبل نقطة إنعطاف وهي $A(1, f(1))$ أي $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$

- معادلة المماس لـ (C) عند النقطة A :

$$\text{لدينا } f'(1) = -\frac{1}{4} \text{ و } f(1) = \frac{1}{2}$$

إذن معادلة المماس لـ (C) في النقطة A هي :

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \text{ أي } y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$(3) \text{ a) نحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$\text{لدينا : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{2x} = \frac{1}{2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{1+x}{2}}{\frac{1+x}{2}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \ln \frac{1+x}{2} \right) \text{ إذن :}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{\ln \frac{1+x}{2}}{\frac{1+x}{2}} \right)$$

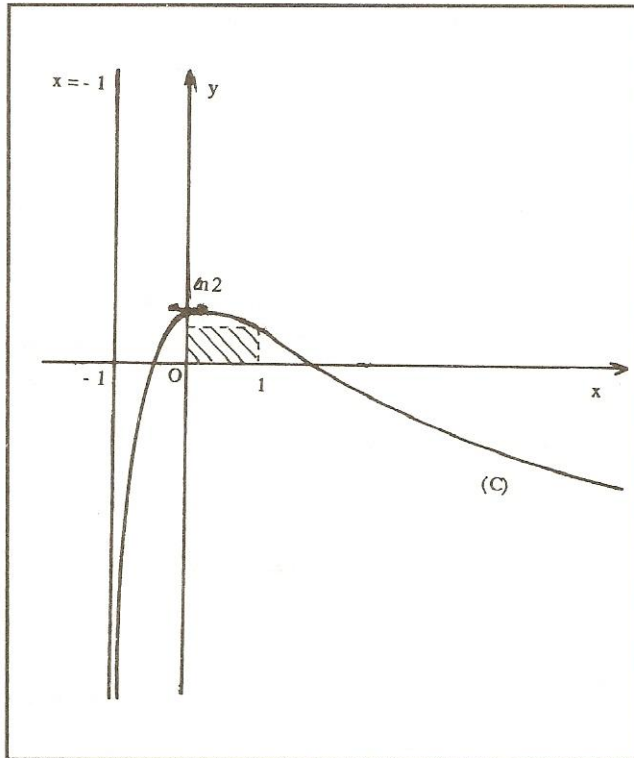
$$= 0$$

ومنه المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا في اتجاه محور الأفاسيل بجوار

$+\infty$

لاحظ أن المنحنى (C) يقبل مقاربا عموديا معادلته $x = -1$

(b)



(4) (a) نضع : $u = \ln \frac{1+x}{2}$ و $v' = 1$

إذن : $u' = \frac{1}{1+x}$ و $v = x$

ومنه : $\int_0^1 \ln \frac{1+x}{2} dx = \left[x \ln \frac{1+x}{2} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{1+x} dx$

www.Achamel.net

cours pratiques en ligne

$$\begin{aligned}
&= \left[x \ln \frac{1+x}{2} \right]_0^1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{1+x} \right) dx \\
&= \left[x \ln \frac{1+x}{2} \right]_0^1 - [x - \ln(1+x)]_0^1 \\
&= -(1 - \ln 2) \\
&= -1 + \ln 2
\end{aligned}$$

(b) لتكن A مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاسيل والمستقيمين $x=0$ و $x=1$. لدينا :

$$\begin{aligned}
A &= \int_0^1 f(x) dx \\
&= \int_0^1 \left(\frac{x}{x+1} - \ln \frac{1+x}{2} \right) dx \\
&= \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx - \int_0^1 \ln \frac{1+x}{2} dx \\
&= \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx - \int_0^1 \ln \frac{1+x}{2} dx \\
&= [x - \ln(x+1)]_0^1 - (-1 + \ln 2) \\
&= 2 - 2 \ln 2
\end{aligned}$$