

1 - معادلتان ديكارتيتان للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من النقطة $A(1, 2, 3)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}(1, -2, -4)$ إذن معادلتان ديكارتيتان للمستقيم (Δ) هما:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-4}$$

$$\begin{cases} -2(x-1) = y-2 \\ -4(x-1) = z-3 \end{cases} \text{ أي}$$

$$\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ 4x+z-7=0 \end{cases} \text{ أي}$$

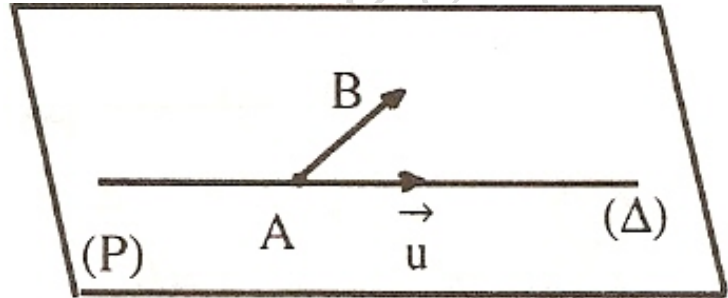
2-أ- لنبين أن $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مستقيمتين

لدينا : $\overrightarrow{AB}(0, -1, -2)$ و $\vec{u}(1, -2, -4)$

$$\frac{0}{1} \neq \frac{-1}{-2}$$

فإن المتجهتين $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مستقيمتين

ب- معادلة للمستوى (p)



لتكن نقطة $M(x, y, z)$ من الفضاء

لدينا : (P) يمر من B ومتضمن للمستقيم (Δ)

إذن (p) هو المستوى المار من النقطة $B(1, 1, 1)$ والموجه بالمتجهتين غير المستقيمتين $\overrightarrow{AB}(0, -1, -2)$

و $\vec{u}(1, -2, -4)$ ومنه فإن $M \in (p) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AB}, \vec{u}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & 0 & 1 \\ y-1 & -1 & -2 \\ z-1 & -2 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} - (y-1) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} + (z-1) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2y + 2 + z - 1 = 0$$

$$2y - z - 1 = 0$$

وبالتالي فإن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي بالفعل:

$$2y - z - 1 = 0$$

3- هل A و B تنتميان إلى (Q) ؟

لدينا : $2x_A - 3y_A + 2z_A - 2 = 2 - 6 + 6 - 2$

$$= 0$$

$$A \in (Q)$$

إذن

ولدينا : $2x_B - 3y_B + 2z_B - 2 = 2 - 3 + 2 - 2$

$$= -1$$

إذن : $B \notin (Q)$

ب - * لنبين أن (p) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم

لدينا : $(P): 2y - z - 1 = 0$

و $(Q): 2x - 3y + 2z - 2 = 0$

وبما أن : $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \neq 0$

فإن المستويين (P) و (Q) يتقاطعان بالفعل وفق مستقيم (D)

• تمثيل بارامتري للمستقيم (D)

النظمة
$$\begin{cases} 2y - z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$$

تكافئ
$$\begin{cases} z = 2y - 1 \\ 2x - 3y + 2(2y - 1) - 2 = 0 \end{cases}$$

أي
$$\begin{cases} z = 2y - 1 \\ x = 2 - \frac{1}{2}y \end{cases}$$

إذن تمثيل بارامتري للمستقيم (D) تقاطع (P) و (Q)

هو :
$$\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

4- تحديد تقاطع (Q) والمستقيم المقترح (Δ')

لدينا : $(Q): 2x - 3y + 2z - 2 = 0$

و $(\Delta'): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -1 + t \end{cases}$

ولدينا المعادلة $2(2+t) - 3t + 2(-1+t) - 2 = 0$

تكافئ $4 + 2t - 3t - 2 + 2t - 2 = 0$

أي $t = 0$

إذن (Q) و (Δ') يتقاطعان في النقطة $1(2, 0, -1)$