

$$\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[: \quad -1 \quad (1)$$

$$\left(\frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} \right) (-(\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2}) = (1 - 2 \ln x) e^{-(\ln x)^2} \\ = f(x)$$

$$\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[: \quad \text{إذن}$$

$$f(x) = \left(\frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} \right) (-(\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2})$$

$$X = -(\ln x)^2 \quad \text{ب- نضع}$$

$$\text{إذا كان } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } X \rightarrow -\infty \text{ إذن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-(\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2}) = \lim_{X \rightarrow -\infty} X e^X = 0$$

$$\text{ونضع } X = \ln x$$

$$\text{إذا كان } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } X \rightarrow +\infty \text{ إذن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{-1 + 2X}{X^2} = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{2X}{X^2} = 0$$

وبالتالي :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} \right) \cdot (-(\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2}) \\ = 0 \cdot 0 = 0$$

$$\text{ج- نضع } X = -(\ln x)^2 \text{ ، إذا كان } x \rightarrow 0^+ \text{ فإن } X \rightarrow -\infty \text{ إذن :}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (-(\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2}) = \lim_{X \rightarrow -\infty} X e^X = 0$$

$$\text{ونضع } X = \ln x \text{ ، إذا كان } x \rightarrow 0^+ \text{ فإن } X \rightarrow -\infty \text{ إذن :}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} = \lim_{X \rightarrow -\infty} \frac{-1 + 2X}{X^2} = \lim_{X \rightarrow -\infty} \frac{2X}{X^2} = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{-1 + 2 \ln x}{(\ln x)^2} \right) \cdot (- (\ln x)^2 e^{-(\ln x)^2}) \quad \text{إذن}$$

$$= 0 \cdot 0 = 0 = f(0)$$

ومنه f دالة متصلة على اليمين في النقطة 0.

(2) - نضع $u = (\ln x)^2$ بحيث $0 < x < 1$ إذن $\ln x = -\sqrt{u}$ إذا كان $x \rightarrow 0^+$ فإن $u \rightarrow +\infty$.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1 - 2 \ln x}{x} e^{-(\ln x)^2} \quad \text{إذن :}$$

$$= \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2\sqrt{u}}{e^{-\sqrt{u}}} e^{-u}$$

$$= \lim_{u \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + 2\sqrt{u}}{-u + \sqrt{u}} \right) (-u + \sqrt{u}) e^{-u + \sqrt{u}}$$

$$\cdot \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2\sqrt{u}}{-u + \sqrt{u}} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{u}}{-u} = 0 \quad \text{وبما أن}$$

$$\lim_{u \rightarrow +\infty} (-u + \sqrt{u}) e^{-u + \sqrt{u}} = \lim_{X \rightarrow -\infty} X e^X = 0 \quad \text{و}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = 0 \quad \text{فإن}$$

وبالتالي f قابلة للإشتقاق على اليمين في النقطة 0 وهذا يعني أن (C) يقبل نصف مماس في النقطة (0, 0) مواز لمحور الأفاصيل.

$$\forall x \in]0, +\infty[: \quad (3) \text{ أ-}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{x} e^{-(\ln x)^2} + (1 - 2 \ln x) \left(\frac{-2 \ln x}{x} \right) \cdot e^{-(\ln x)^2}$$

$$= \frac{2}{x} e^{-(\ln x)^2} (2 (\ln x)^2 - \ln x - 1)$$

ب- بما أن $\frac{2}{x} e^{-(\ln x)^2} > 0$ لكل x من $] 0, +\infty [$

فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة : $2 (\ln x)^2 - \ln x - 1$

$$2 (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 2 (\ln x - 1) \left(\ln x + \frac{1}{2} \right)$$

الجدول التالي يعطينا إشارة $f'(x)$:

x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	e	$+\infty$
$\ln x - 1$	-	-	+	+
$\ln x + \frac{1}{2}$	-	+	+	+
$f'(x)$	+	-	+	+

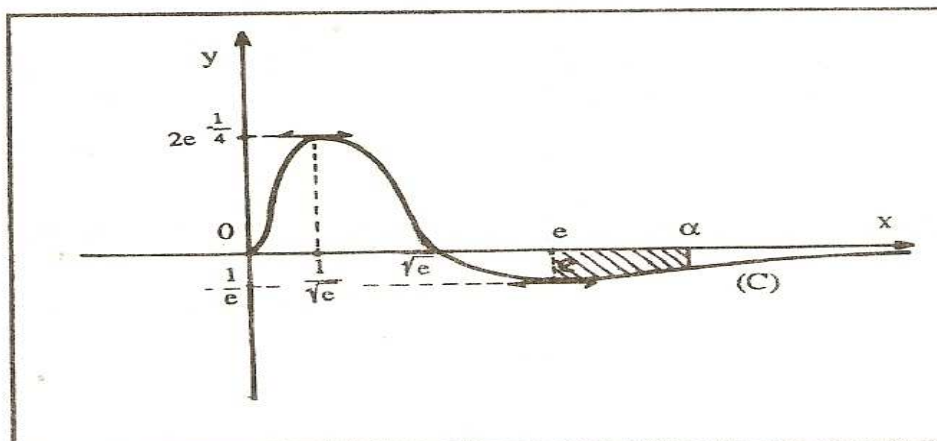
جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	e	$+\infty$
$f'(x)$	0	+	-	+
$f(x)$	0	$2e^{-\frac{1}{4}}$	$-\frac{1}{e}$	0

$$f(1) = (1 - 2 \ln(1)) e^{-(\ln 1)^2} = 1 \quad (4)$$

$$f(\sqrt{e}) = (1 - 2 \ln \sqrt{e}) e^{-(\ln \sqrt{e})^2} = 0$$

محور الأفاسيل مقارب للمنحنى (C) لأن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$



- نضع $t = \ln x$ إذن $x = e^t$ و $dx = e^t dt$ أي $dt = \frac{1}{x} dx$

!ا كان $x = e$ فإن $t = 1$ وإذا كان $x = \alpha$ فإن $t = \ln \alpha$

$$\mathcal{A}(\alpha) = \left(- \int_e^\alpha (1 - 2 \ln x) e^{-(\ln x)^2} dx \right) \times 4 \quad \text{إذن :}$$

$$= \left(- \int_1^{\ln \alpha} (1 - 2t) \cdot e^{-t^2} \cdot e^t dt \right) \times 4$$

$$= \left(- \int_1^{\ln \alpha} (1 - 2t) e^{(t-t^2)} dt \right) \times 4$$

$$= [-e^{(t-t^2)}]_1^{\ln \alpha} = (-e^{\ln \alpha - (\ln \alpha)^2} + 1) \times 4$$

$$\mathcal{A}(\alpha) = (-4 e^{\ln \alpha - (\ln \alpha)^2} + 4) \text{ cm}^2 \quad \text{ومنه :}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} e^{\ln \alpha - (\ln \alpha)^2} = 0 \quad \text{إذن} \quad \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \ln \alpha - (\ln \alpha)^2 = -\infty$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha) = 4 \quad \text{وبالتالي :}$$

$$(6) \quad \text{لكل } x \text{ من }]0, \sqrt{e}[\cup]\sqrt{e}, +\infty[$$

$$(\ln x)^2 - \ln |1 - 2 \ln x| - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln |1 - 2 \ln x| = -1 + (\ln x)^2$$

$$\Leftrightarrow |1 - 2 \ln x| = e^{-1} \cdot e^{(\ln x)^2} \quad (1)$$

$$\text{- إذا كان } 0 < x < \sqrt{e} :$$

$$(1) \Leftrightarrow 1 - 2 \ln x = \frac{e^{(\ln x)^2}}{e}$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2 \ln x) e^{-(\ln x)^2} = \frac{1}{e}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{e}$$

$$\text{بما أن } 0 < \frac{1}{e} < 2e^{-\frac{1}{4}} \quad \text{فإن المستقيم ذي المعادلة } y = \frac{1}{e} \text{ يقطع}$$

المنحنى (C) في نقطتين مختلفتين وبالتالي المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين

$$\text{- إذا كان } x > \sqrt{e} :$$

$$(1) \Leftrightarrow -1 + 2 \ln x = \frac{e^{(\ln x)^2}}{e}$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2 \ln x) e^{-(\ln x)^2} = -\frac{1}{e}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{e}$$

من خلال التمثيل البياني للدالة f نستنتج أن المعادلة (1) تقبل حلا وحيدا.



إجتز الامتحان الوطني بكل نجاح مع الشامل

مع تحيات Equipe Achamel

www.achamel.info
www.Achamel.net
www.Achamel.org
www.Achamel.ma

Achamel