

1- تحديد الاعداد a و b و c :

لدينا

$$(E) f_0 \text{ حل للمعادلة } \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad f_0''(x) - f_0(x) = 1 - x - x^2$$

$$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}, 2a - (ax^2 + bx + c) = 1 - x - x^2$$

$$\Leftrightarrow -a = -1 \quad \text{و} \quad -b = -1 \quad \text{و} \quad 2a - c = 1$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \quad \text{و} \quad b = 1 \quad \text{و} \quad c = 1$$

إذن تكون الدالة f_0 حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت $a = 1$ و $b = 1$ و $c = 1$.

2- حل المعادلة التفاضلية $y'' - y = 0$:

حلول المعادلة التفاضلية $y'' - y = 0$ هي الدوال المعرفة على

$\mathbb{R}$ بما يلي : $x \mapsto \alpha e^x + \beta e^{-x}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ و $\beta \in \mathbb{R}$

استنتاج حلول (E) :

ليكن g حلا للمعادلة (E)

لدينا $g - f_0$ حل للمعادلة التفاضلية $y'' - y = 0$

أي أنه لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$(g - f_0)(x) = \alpha e^x + \beta e^{-x} \quad \text{حيث } \alpha \in \mathbb{R} \text{ و } \beta \in \mathbb{R}$$

أي لكل x من $\mathbb{R}$ $g(x) - f_0(x) = \alpha e^x + \beta e^{-x}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ و $\beta \in \mathbb{R}$

إذن حلول المعادلة التفاضلية (E) هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$

بما يلي :

$$x \mapsto f_0(x) + \alpha e^x + \beta e^{-x}$$

$$\text{أي } x \mapsto x^2 + x + 1 + \alpha e^x + \beta e^{-x}$$

حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ و $\beta \in \mathbb{R}$

Achamel