

(1) أ- حساب الجداء المتجهي :

لدينا : $\vec{AB} (1 - (-3), 5 - 0, -1 - (-1))$ أي : $\vec{AB} (4, 5, 0)$

أي : $\vec{AC} (-1 - (-3), 3 - 0, 0 - (-1))$ أي : $\vec{AC} (2, 3, 1)$

Achamel

$$\begin{aligned}\vec{AB} \wedge \vec{AC} &= \begin{vmatrix} 4 & 2 & \vec{i} \\ 5 & 3 & \vec{j} \\ 0 & 1 & \vec{k} \end{vmatrix} \quad \text{ومنه :} \\ &= \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \vec{k} \\ &= 5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}\end{aligned}$$

ب- استوائية A و B و C :

بما أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$ فإن النقط المختلفة A و B و C غير مستقيمة.

إذن : A و B و C تحدد مستوى $(ABC) = (\mathcal{P})$

معادلة المستوى $(\mathcal{P})$:

المتجهة $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ عمودية على المستوى $(\mathcal{P})$. ومنه :

$5x - 4y + 2z + \alpha = 0$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ معادلة ديكارتية لـ $(\mathcal{P})$

وبما أن A تنتمي إلى $(\mathcal{P})$ فإن :

$$5(-3) - 4(0) + 2(-1) + \alpha = 0 \quad \text{أي} \quad \alpha = 17$$

إذن : $5x - 4y + 2z + 17 = 0$ معادلة لـ $(\mathcal{P})$.

(2) **فلكة** :

لدينا : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + z - 10 = 0$ تكافىء :

$$(x-1)^2 - 1 + (y-3)^2 - 9 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 10 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \quad \text{أي :}$$

إذن : (S) فلكة مركزها $\Omega\left(1, 3, -\frac{1}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{9}{2}$.

(3) **أ- مسافة Ω عن $(\mathcal{P})$**

$$d(\Omega, (\mathcal{P})) = \frac{\left| 5(1) - 4(3) + 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 17 \right|}{\sqrt{25 + 16 + 4}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

(\mathcal{P}) **يقطع** (S) :

بما أن $\frac{3\sqrt{5}}{5} < \frac{9}{2}$ فإن $(\mathcal{P})$ يقطع الفلكة (S) وفق دائرة

$(\mathcal{C})$.

ب- تمثيل بارامتري لـ (D) :

(D) يمر من $\Omega\left(1, 3, -\frac{1}{2}\right)$ وموجه بالمتجهة $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

$$\begin{cases} x = 1 + 5\lambda \\ y = 3 - 4\lambda \\ z = -\frac{1}{2} + 2\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \quad \text{ومنه :}$$

تمثيل بارامتري للمستقيم (D)

ج- إحداثيات H :

مركز (C) هو المسقط العمودي لـ Ω على (C). أي نقطة تقاطع (D) و (C).

إن : مثلث إحداثيات H مركز (C) هو حل النظام :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{19}{5} \\ z = -\frac{9}{5} \\ \lambda = -\frac{1}{5} \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} x = 1 + 5\lambda \\ y = 3 - 4\lambda \\ z = -\frac{1}{2} + 2\lambda \\ 5x - 4y + 2z + 17 = 0 \end{cases}$$

وبالتالي : $\left(0, \frac{19}{5}, -\frac{9}{5}\right)$ هو مثلث إحداثيات H

د- شعاع (C) : لدينا :

$$\Omega H = \sqrt{(0-1)^2 + \left(\frac{19}{5}-3\right)^2 + \left(-\frac{9}{5}+\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{37}}{10}$$

ومنه : شعاع الدائرة (C) هو :

$$R = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{37}}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{1692}}{10} = \frac{3\sqrt{47}}{5}$$