

(1) أ- متتالية هندسية : (u_n)

لدينا : $u_{n+1} = v_{n+1} - 2$

$$= \frac{1}{3} v_n + \frac{4}{3} - 2$$

$$= \frac{1}{3} v_n - \frac{2}{3}$$

أي : $u_{n+1} = \frac{1}{3} (v_n - 2) = \frac{1}{3} u_n$

إذن : (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = v_0 - 2 = 1$ واساسها $\frac{1}{3}$

ب- كتابة u_n و v_n :

لدينا : $u_n = u_0 \left(\frac{1}{3} \right)^n = \left(\frac{1}{3} \right)^n$

وبما أن $u_n = v_n - 2$ فإن $v_n = u_n + 2$ أي : $v_n = \left(\frac{1}{3} \right)^n + 2$

(2) أ- كتابة S_n و S'_n :

لدينا : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$

أي : $S_n = \frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right)$

لدينا : $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$= (u_0 + 2) + (u_1 + 2) + \dots + (u_n + 2)$$

$$= S_n + 2(n+1)$$

إذن : $S'_n = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right) + 2(n+1)$

ب- حساب $\lim S_n$:

$$\lim S_n = \lim \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right) = \frac{3}{2}$$

لان : $\lim \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} = 0$

