

(1) بما أن $1 + e^x \neq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن $D = \mathbb{R}$

(2) أ- لدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{9e^x}{1+e^x} - 2x \right) = +\infty$$

وبالتالي $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9e^x}{1+e^x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9e^x}{e^x(1+e^{-x})} \quad \text{لدينا} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{1+e^{-x}} = 9 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9e^x}{1+e^x} - 2x \right) = -\infty$$

ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9e^x}{1+e^x} \quad \text{ب- لدينا} \\ &= 0 \end{aligned}$$

إذن المستقيم ذي المعادلة $y = -2x$ مقارب للمنحنى (C) جوار $-\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9e^x}{x(1+e^x)} - 2 \right) \quad \text{لدينا :} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9}{x(1+e^{-x})} - 2 \right) \\ &= -2 \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x(1+e^{-x})} = 0 \right) \quad \text{لأن} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + 2x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9e^x}{1+e^x} \quad \text{و} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{1+e^{-x}} = 9 \end{aligned}$$

إذن المستقيم ذي المعادلة $y = -2x + 9$ مقارب للمنحنى (C) جوار $+\infty$

ج- تحديد موقع (C) بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y = -2x$

$$f(x) + 2x = \frac{9e^x}{1+e^x} \quad \text{لكل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \frac{9e^x}{1+e^x} > 0 \quad \text{بما أن}$$

Achamel

فإن المنحنى (C) يوجد فوق المستقيم ذي المعادلة $y = -2x$ مهما يكن x من $\mathbb{R}$.

- تحديد موقع (C) بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y = -2x + 9$

$$\text{لكل } x \text{ من } \mathbb{R} : f(x) + 2x - 9 = \frac{9e^x}{1+e^x} - 9 = \frac{-9}{1+e^x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \frac{-9}{1+e^x} < 0$$

فإن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم ذي المعادلة $y = -2x + 9$
(3) أ- لكل x من $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{9e^x(1+e^x) - 9e^{2x}}{(1+e^x)^2} - 2 \\ &= \frac{9e^x}{(1+e^x)^2} - 2 \\ &= \frac{9e^x - 2(1+2e^x+e^{2x})}{(1+e^x)^2} \\ &= \frac{-2e^{2x} + 5e^x - 2}{(1+e^x)^2} \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = \frac{-2e^{2x} + 5e^x - 2}{(1+e^x)^2}$$

ب- يمكن ملاحظة أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = \frac{(e^x - 2)(1 - 2e^x)}{(1+e^x)^2}$$

بما أن $(1+e^x)^2 > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $(e^x - 2)(1 - 2e^x)$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$3 + 2 \ln 2$	$6 - 2 \ln 2$	$-\infty$

(4) أ- لكل x من $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(-4e^{2x} + 5e^x)(e^x + 1)^2 - 2e^x(e^x + 1)(-2e^{2x} + 5e^x - 2)}{(e^x + 1)^4} \\ &= \frac{(-4e^{2x} + 5e^x)(e^x + 1) - 2e^x(-2e^{2x} + 5e^x - 2)}{(e^x + 1)^3} \\ &= \frac{-4e^{3x} - 4e^{2x} + 5e^{2x} + 5e^x + 4e^{3x} - 10e^{2x} + 4e^x}{(e^x + 1)^3} \end{aligned}$$

$$= \frac{-9e^{2x} + 9e^x}{(e^x + 1)^3} = \frac{9(e^x - e^{2x})}{(e^x + 1)^3}$$

$$f''(x) = \frac{9(e^x - e^{2x})}{(e^x + 1)^3} \quad \text{إذن :}$$

ب- بما أن $\frac{9e^x}{(e^x + 1)^3} > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $f''(x)$ هي إشارة

$$1 - e^x$$

بما أن $f''(x)$ تنعدم مع تغير الإشارة عند 0 فإن النقطة $I(0, f(0))$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

لدينا $f(0) = \frac{9}{2}$ إذن $I\left(0, \frac{9}{2}\right)$ (5)

