

$$\begin{aligned} (1) \text{ لنحل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظام : } & \begin{cases} e^{x-y} = 12 \\ e^{x+y} = \frac{4}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} e^{x-y} = 12 \\ e^{x+y} = \frac{4}{3} \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{e^x}{e^y} = 12 \\ e^x \cdot e^y = \frac{4}{3} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 12 e^y \\ 12 e^{2y} = \frac{4}{3} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 12 e^y \\ e^{2y} = \frac{1}{9} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 12 e^y \\ e^y = \frac{1}{3} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 4 \\ y = -\ln 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow x = \ln 4 \quad , \quad y = -\ln 3 \end{aligned}$$

$$S_1 = \{(\ln(4), -\ln(3))\}$$

إذن

$$(2) \text{ لنحل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظام: } \begin{cases} 2e^x - e^y = 15 \\ e^x + 2e^y = 40 \end{cases}$$

$$* \text{ لنحل النظام } \begin{cases} 2X - Y = 15 \\ X + 2Y = 40 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5$$

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -1 \\ 40 & 2 \end{vmatrix}}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 40 \end{vmatrix}}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

$$\begin{cases} 2e^x - e^y = 15 \\ e^x + 2e^y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 14 \\ e^y = 13 \end{cases} \quad * \\ \Leftrightarrow x = \ln(14) \quad y = \ln(13)$$

$$S_2 = \{(\ln(14), \ln(13))\} \quad \text{إذن:}$$

$$(3) \text{ لنحل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظام: } \begin{cases} e^{2x} = 7e^{y+1} - 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{2x} = 7e^x - 10 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{2x} - 7e^x + 10 = 0 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 2 \quad \text{أو} \quad e^x = 5 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln(2) \\ y = -1 + \ln(2) \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = \ln(5) \\ y = -1 + \ln(5) \end{cases}$$

إذن:

$$S_3 = \{(\ln(2), -1 + \ln(2)); (\ln(5), -1 + \ln(5))\}$$

$$(4) \text{ لنحل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظام: } \begin{cases} e^{xy} + e^x = 10 \\ e^{x(y+1)} - 5e^x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{xy} + e^x = 10 \\ e^{x(y+1)} - 5e^x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{xy} = 10 - e^x \\ e^{xy} \cdot e^x - 5e^x = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{xy} = 10 - e^x \\ (10 - e^x) \cdot e^x - 5e^x = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{xy} = 10 - e^x \\ e^{2x} - 5e^x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{xy} = 10 - e^x \\ e^x = 2 \quad \text{أو} \quad e^x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (e^x)^y = 10 - e^x \\ e^x = 2 \quad \text{أو} \quad e^x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^y = 8 \\ e^x = 2 \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} 3^y = 7 \\ e^x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = \ln(2) \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = \ln(3) \\ y = \frac{\ln(7)}{\ln(3)} \end{cases}$$

$$S_4 = \left\{ (\ln(2), 3) ; \left(\ln(3), \frac{\ln(7)}{\ln(3)} \right) \right\}$$

إذن

إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي