

1- معادلة للمستوى (P)

لتكن $M(x, y, z)$ نقطة من الفضاء

لدينا: $M \in (P) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ y & 1 & 0 \\ z & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + z \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + z = 0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي بالفعل $x+y+z=0$

2-أ- تمثيل بارامترية للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من النقطة $A(2, -1, 1)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}$

$$\vec{u} = \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{KJ}$$

$$= \overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{OJ} = 2\overrightarrow{OJ} - \overrightarrow{OK}$$

$$= 2(\vec{j}) - \vec{k} = 0\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

فإن تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) هو:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- لنبين أن (Δ) يقطع (P)

لدينا $(P): x + y + z = 0$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{و}$$

ولدينا المعادلة $2 + (-1 + 2t) + (1 - t) = 0$ تكافئ $t = -2$

وبالتالي فإن المستقيم (Δ) يقطع بالفعل المستوى (P) في نقطة، مثلث إحداثياتها هو $(2, -5, 3)$

3- لنبين أن (D) و (Δ) يتقاطعان في C

$$\text{لدينا: } (D): \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1} = \frac{t}{2}$$

إذن $\vec{v}(3, 1, \frac{-1}{2})$ هي متجهة موجهة للمستقيم (D)

ولدينا $\vec{u}(0, 2, -1)$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ)

$$\frac{0}{3} \neq \frac{2}{1} \quad \text{ولدينا:}$$

إذن المتجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيمتين

وبالتالي فإن المستقيمين (D) و (Δ) هما إما متقاطعان وإما غير مستوائيين

$$\text{وبما أن } C \in (D) \quad \left(\text{لأن } \frac{2+1}{3} = 0+1 = -2 \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right)$$

$$\begin{cases} 2 = 2 \\ 0 = -1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ (لأن } C \in (\Delta) \text{)} \\ \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

فإن المستقيمين (D) و (Δ) هما بالفعل متقاطعان في النقطة $C(2, 0, \frac{1}{2})$

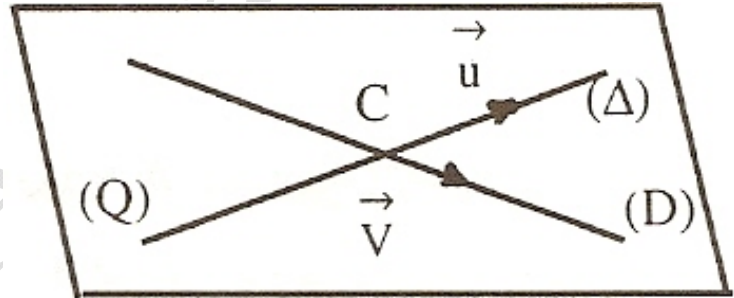
طريقة ثانية

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \\ \frac{x+1}{3} = y+1 = -2(z-1) \end{cases}$$

وستجد أن : $x=2$ و $y=0$ و $z=\frac{1}{2}$ و $t=\frac{1}{2}$

ومنه فإن المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان بالفعل في النقطة $C(2, 0, \frac{1}{2})$

4- معادلة للمستوى المقترح (Q)



لتكن $M(z, y, z)$ نقطة من الفضاء

لدينا : (Q) هو المستوى المار من النقطة $C(2, 0, \frac{1}{2})$ والموجه بالمتجهين $\vec{u}(0, 2, -1)$ و $\vec{v}(3, 1, \frac{-1}{2})$

ومنه فإن : $M \in (Q) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & 0 & 3 \\ y & 2 & 1 \\ z-\frac{1}{2} & -1 & \frac{-1}{2} \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \frac{-1}{2} \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & \frac{-1}{2} \end{vmatrix} + \left(z - \frac{1}{2}\right) \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 0(x-2) - 3y - 6(z - \frac{1}{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3y - 6z + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow y + 2z - 1 = 0$$

وبالتالي فإن معادلة ديكرتية للمستوى (Q) الذي يتضمن كلا من المستقيمين (D) و (Δ) هي : $y + 2z - 1 = 0$

www.Achamel.net