

$$f(x) = e^x - 3 + \frac{3}{e^x + 1}$$

(1) أ- لدينا $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ إذن $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x + 1 \neq 0$

ومنه فإن $D_f = \mathbb{R}$

$$\text{ب-} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{e^x + 1} = 0 \quad *$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 3) = +\infty \quad \text{و} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^x - 3 + \frac{3}{e^x + 1} \right) = 0 \quad *$$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = e^x + \frac{3(e^x + 1)'}{(e^x + 1)^2} \quad (2) \text{ أ - لدينا}$$

$$= e^x - \frac{3e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} [(e^x + 1)^2 - 3]$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} (e^x + 1 + \sqrt{3})(e^x + 1 - \sqrt{3})} \quad \text{إذن}$$

* بما أن $e^x > 0$ و $e^x + 1 + \sqrt{3} > 0$ و $(e^x + 1)^2 > 0$ لكل x من

$\mathbb{R}$ فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $e^x + 1 - \sqrt{3}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x + 1 - \sqrt{3} = 0 \quad \bullet \text{ إذن :}$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(\sqrt{3} - 1)$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^x + 1 - \sqrt{3} > 0 \quad \bullet$$

$$\Leftrightarrow x > \ln(\sqrt{3} - 1)$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < \ln(\sqrt{3} - 1) \quad \bullet$$

ب - جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	$\ln(\sqrt{3} - 1)$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	$2\sqrt{3} - 4$	$+\infty$

(3) أ - * بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ فإن محور الأفصائل مقارب أفقي

للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \bullet \text{ لدينا}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x} - \frac{3}{x} + \frac{3}{x(e^x + 1)} \quad \text{و}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x(e^x + 1)} = 0 \quad \text{و}$$

ومنه فإن المنحنى (C) يقبل محور الأرتيب كاتجاه مقارب بجوار $+\infty$.

ب - * لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 3 + \frac{3}{e^x + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 3)(e^x + 1) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x(e^x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x = 2$$

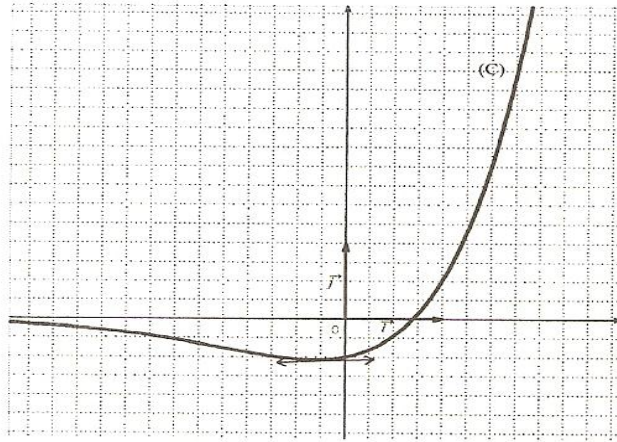
$$\Leftrightarrow x = \ln(2)$$

إذن $A(\ln(2); 0)$ هي نقطة تقاطع (C) ومحور الأفصائل.

$$f'(\ln(2)) = \frac{4}{3} \quad \text{و} \quad f(\ln(2)) = 0 \quad * \text{ بما أن}$$

فإن معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة A هي :

$$y = \frac{4}{3} (x - \ln(2))$$



ج -

إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي