

$$u_{n+1} = \frac{1}{4} a^3 u_n - (a-1) u_n - (a-1) u_{n-1} \text{ و } u_1 = 3 \text{ و } u_0 = 1$$

حيث $a \in \mathbb{R}$.

(1) نضع $a = 2$

إذن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تصبح معرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \text{ و } u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 u_n - u_{n-1} ; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

أ. لدينا $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_{n+1} = 2 u_n - u_{n-1}$

إذن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_{n+1} - u_n = u_n - u_{n-1}$

أي $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = v_n$

إذن : (v_n) متتالية ثابتة. ولدينا $v_n = 2$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

ب. لدينا $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = u_n - u_{n-1}$

وبما أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = 2$

فإن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_n = u_{n-1} + 2$

وبالتالي : (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$.

(2) نضع $a = -2$

إذن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تصبح معرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \text{ و } u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2 u_n + 3 u_{n-1} ; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

أ. لدينا $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = u_{n+1} - u_n$

إذن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = -2(u_n - u_{n-1})$

أي $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = -2 v_n$

وبالتالي : (v_n) متتالية هندسية أساسها $a = -2$ وحدها الأول $v_1 = 2$.

ب. • لدينا $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = 2 (-2)^{n-1}$

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = -(-2)^n$

•• لدينا $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = 2 \left(\frac{1 - (-2)^n}{1 + 2} \right)$

أي $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{2}{3} [1 - (-2)^n]$

ج - لدينا : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = u_n - u_{n-1}$

إذن $v_1 = u_1 - u_0$

$v_2 = u_2 - u_1$

$\vdots$

$v_n = u_n - u_{n-1}$

$S_n = u_n - u_0$

ومنه : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = u_n - u_0$

د - لدينا $-2 < -1$ إذن المتتالية $[(-2)^n]_{n \in \mathbb{N}^*}$ لا تقبل نهاية
لا منتهية ولا غير منتهية.

إذن : المتتاليتين $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ غير متقاربتين.