

$$f(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

(1) أ - بما أن $\forall x \in \mathbb{R} \cdot e^x > 0$ فإن $\forall x \in \mathbb{R} \cdot e^x + 1 \neq 0$

$$\boxed{D_f = \mathbb{R}}$$

ومنه فإن

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad -x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{4e^{-x}}{(e^{-x} + 1)^2} = \frac{\frac{4}{e^x}}{\left(\frac{1}{e^x} + 1\right)^2} \\ &= \frac{4}{e^x} \cdot \frac{e^{2x}}{(1 + e^x)^2} = \frac{4e^x}{(1 + e^x)^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \quad f(-x) = f(x)} \quad \text{إذن :}$$

ومنه فإن f دالة زوجية.

ب - بما أن f دالة زوجية فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$

(يمكن حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ مباشرة بتعميل e^x).

(2) أ - *

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) &= 4 \frac{e^x(e^x + 1)^2 - e^x \cdot 2(e^x + 1)e^x}{(e^x + 1)^4} \\ &= 4 \frac{e^x(e^x + 1) - (e^x + 1 - 2e^x)}{(e^x + 1)^4} \end{aligned}$$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{-4e^x(e^x - 1)}{(e^x + 1)^3}} \quad \text{إذن :}$$

ب -

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad e^x \geq 1 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad e^x - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad f'(x) \leq 0}$$

جدول تغيرات f :

x	0	$+\infty$
f'(x)	0	.
f(x)	1	0

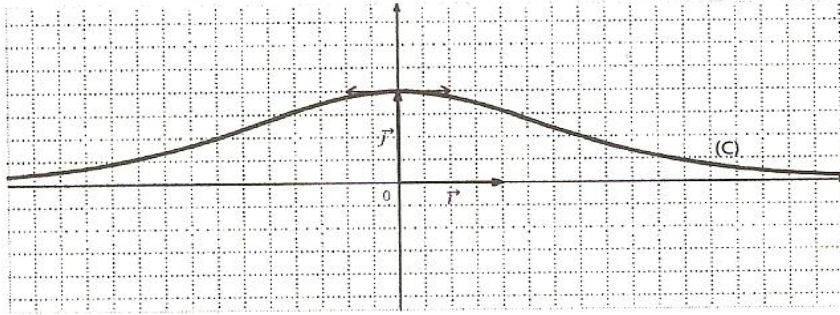


$$f(0) = \frac{4}{(2)^2} = 1$$

$$f(\ln(2)) = \frac{8}{9} \quad * (3)$$

$$f(3 \ln(2)) = \frac{32}{81}$$

* المنحنى (C) :



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي