

أنظر الصفحة الموالية

$$g(x) = e^{2x} - 2x - 1 \quad (I)$$

(1) * النهايات :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x - 1) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x \left(\frac{e^{2x}}{2x} - 1 \right) - 1 \right] \\ &= +\infty \quad \left(\text{لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \right) \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g'(x) = 2e^{2x} - 2 = 2(e^{2x} - 1) \quad *$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

(2) من خلال جدول تغيرات g لدينا $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \geq g(0)$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \geq 0 \quad \text{أي}$$

$$f(x) = (x+1)e^{-2x} + x + 1 \quad (II)$$

(1) أ- لدينا : $D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left(\frac{1}{e^{2x}} + 1 \right) = +\infty \quad *$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{2x}} = 0 \quad \text{لأن} \right)$$

$$f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1) \quad \text{لدينا :} *$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-2x} + 1) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا :} (2) *$$

$$f(x) - (x+1) = \frac{x+1}{e^{2x}} = \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{2x}{e^{2x}} \quad \text{و}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{2x} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{e^{2x}} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$$

إذن المستقيم الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا :} *$$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{x+1}{x} e^{-2x} + 1 + \frac{1}{x} \quad \text{و}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

إذن محور الأرتايب اتجاه مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) &= e^{-2x} + (x+1)(-2e^{-2x}) + 1 \quad (3) \\ &= (-2x - 2 + 1)e^{-2x} + 1 \\ &= (-2x - 1)e^{-2x} + 1 \\ &= (e^{2x} - 2x - 1)e^{-2x} \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = g(x) e^{-2x} \quad \text{إذن}$$

ب - بما أن $e^{-2x} > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$

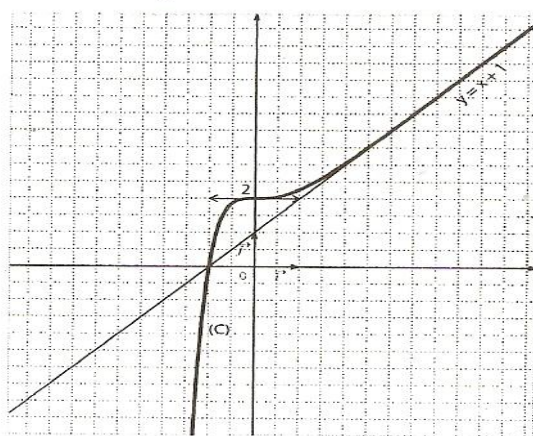
إذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) &= g'(x) e^{-2x} - 2g(x) e^{-2x} \\ &= (g'(x) - 2g(x)) e^{-2x} \\ &= (2e^{2x} - 2 - 2e^{2x} + 4x + 2) e^{-2x} \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = 4x e^{-2x} \quad \text{إذن}$$

إذن إشارة $f''(x)$ هي x إذن $f''(x)$ تنعدم وتغير الإشارة في 0 ومنه
فإن النقطة A (0, 2) نقطة انعطاف للمنحنى (C).



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي