

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$$

$$x \in D_f \Leftrightarrow e^x - 1 \neq 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}^*$$

$D_f = \mathbb{R}^*$

إذن

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1) = 0 \quad \text{لدينا } * (2)$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$	و
$e^x - 1$	—	0	+	

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{e^x - 1} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{e^x - 1} = +\infty \quad \text{إذن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty \quad \text{فإن} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \quad \text{ومنه}$$

* بما أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ فإن المنحى (C) يقبل محور الأرتايب كمقارب عمودي .

(3) *

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1) &= +\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x - 1} &= -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1) &= -\infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{e^x - 1} \right) = 0 \quad * (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} = 0 \quad *$$

* بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)] = 0$ فإن المستقيم الذي معادلته

$y = 2x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $(-\infty)$

* بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = 0$ فإن المستقيم الذي معادلته

$y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $(+\infty)$

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad f'(x) = 2 + \frac{-e^x}{(e^x - 1)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{2(e^x - 1)^2 - e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$= \frac{2(e^{2x} - 2e^x + 1) - e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}} \quad \text{إذن}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(2x - 1) \quad \text{لدينا} \quad (6)$$

$$2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0 \Leftrightarrow (e^x - 2)(2e^x - 1) > 0 \quad \text{إذن}$$

$$\Leftrightarrow e^x < \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad e^x > 2$$

$$\Leftrightarrow x < -\ln 2 \quad \text{أو} \quad x > \ln 2$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty, -\ln 2[\cup]\ln 2, +\infty[$$

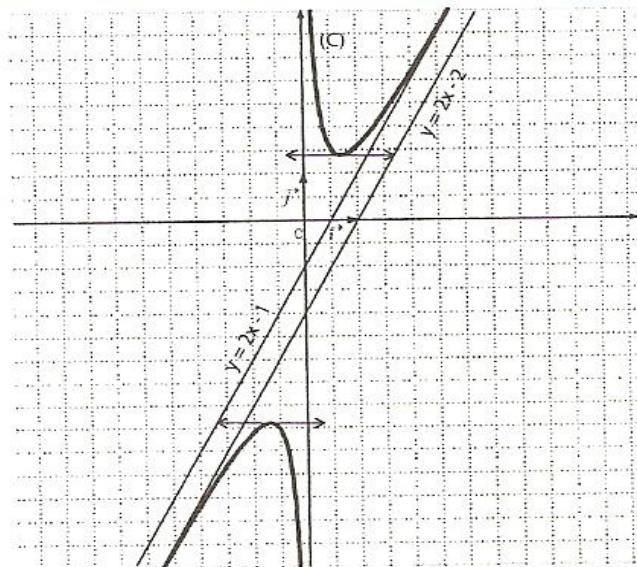
إذن مجموعة حلول المتراجحة $2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0$

$$]-\infty, -\ln(2)[\cup]\ln(2), +\infty[\quad \text{هي}$$

(7) جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	—	—	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-3 - 2 \ln 2$	$-\infty$	$+\infty$	$2 \ln 2$	$+\infty$

(8)



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي