

$$f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1 \quad (I)$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (1) \text{ أ - لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \quad *$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [e^x (2e^x - 3) + 1] = +\infty \quad *$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = 4e^{2x} - 3e^x \quad \text{ب -}$$

$$= e^x (4e^x - 3)$$

لدينا إشارة $f'(x)$ هي إشارة $4e^x - 3$

x	$-\infty$	$\ln\left(\frac{3}{4}\right)$	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	1	$-\frac{1}{8}$	$+\infty$

$$(2) \text{ أ - لنحل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة } f(x) = 0$$

$$2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$e^x = 1 \quad \text{أو} \quad e^x = \frac{1}{2} \quad \text{إذن}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -\ln 2 \quad \text{إذن}$$

إذن نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل هي $O(0,0)$ و $A(-\ln 2, 0)$

ج - الفروع اللانهائية :

$$* \text{ لدينا } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \text{ إذن المستقيم الذي معادلته } y = 1$$

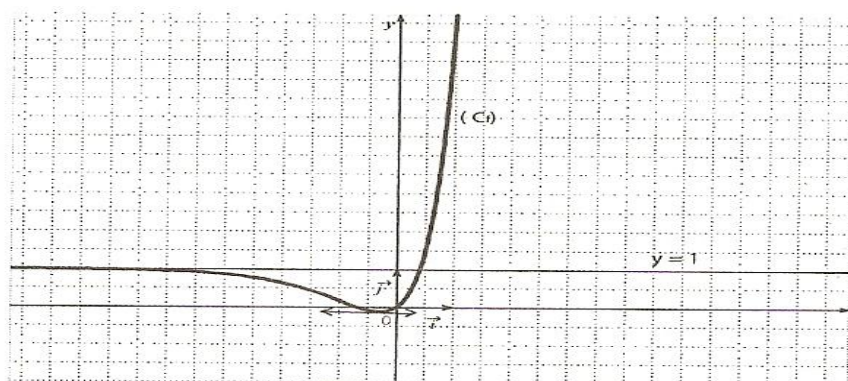
مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x} (2e^x - 3) + \frac{1}{x} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ لدينا } *$$

لكل $x \neq 0$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - 3) &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

إذن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شامياً اتجاهه هو اتجاه محور الأرتايب.



$$g(x) = \ln(2e^{2x} - 3e^x + 1) \quad (\text{II})$$

$$x \in D_g \Leftrightarrow 2e^{2x} - 3e^x + 1 > 0 \quad * \text{ أ } (1)$$

$$\Leftrightarrow (e^x - 1)(2e^x - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow e^x \in]-\infty, \frac{1}{2}[\cup]1, +\infty[$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty, -\ln 2[\cup]0, +\infty[$$

$$D_g =]-\infty, -\ln 2[\cup]0, +\infty[\quad \text{إذن :}$$

* نلاحظ أن $g(x) = \ln(f(x))$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0 \quad f(x) > 0 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -\ln 2 \\ x < -\ln 2}} f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow -\ln 2 \\ x < -\ln 2}} g(x) = -\infty$$

$$\forall x \in D_g \quad g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad \text{ب.}$$

بما أن $f(x) > 0$ لكل x من D_g فإن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $f'(x)$ على D_g إذن :

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$+\infty$
$g'(x)$	—		+	
$g(x)$	0	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

- (2) * الفروع اللانهائية للمنحنى (C_g)
- بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$ فإن محور الأفاصيل مقارب للمنحنى (C_g) بجوار $(-\infty)$
 - بما أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = -\infty$ فإن محور الأرتيب مقارب عمودي للمنحنى (C_g) .
 - بما أن $\lim_{\substack{x \rightarrow -\ln 2 \\ x < -\ln 2}} g(x) = -\infty$ فإن المستقيم الذي معادلته $x = -\ln 2$ مقارب للمنحنى (C_g) .

• لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

و $\forall x \in D_g \quad g(x) = \ln [e^{2x} (2 - 3e^{-x} + e^{-2x})]$

$$= \ln(e^{2x}) + \ln(2 - 3e^{-x} + e^{-2x})$$

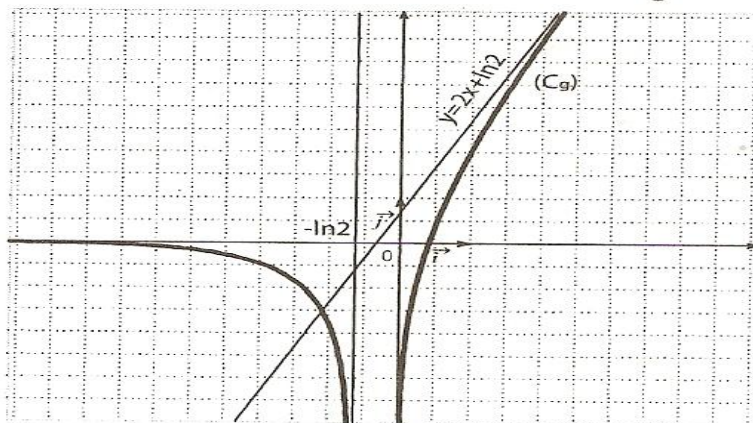
$$= 2x + \ln(2 - 3e^{-x} + e^{-2x})$$

إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2 - 3e^{-x} + e^{-2x}) = \ln 2$

(لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$)

إذن المستقيم الذي معادلته $y = 2x + \ln 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $(+\infty)$.

* المنحنى (C_g) .



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي