

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 10 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 - 1 + (y + 1)^2 - 1 + (z + 2)^2 - 4 - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 4^2$$

إذن $\Omega(1, -1, -2)$ هو مركز الفلكة (S) وشعاعها $R = 4$.

$$(P) : x + y + z + 2 = 0 \quad (2)$$

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|1 - 1 - 2 + 2|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = 0$$

إذن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) مركزها Ω وشعاعها 4 (الدائرة الكبيرة).

أ -

$$M(x, y, z) \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \lambda \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ و } \lambda \in \mathbb{R}$$

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

$$(Q) : 2x - y + 3z - 5 = 0 \quad \text{ب -}$$

$$M(x, y, z) \in (\Delta) \cap (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1 + \lambda) - (-1 + \lambda) + 3(-2 + \lambda) - 5 = 0 \\ x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\lambda - 8 = 0 \\ x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$$

$$\boxed{I(3, 1, 0)}$$

إذن

4) * بما أن الفلكة المطلوبة (S_1) تتضمن الدائرة (Γ) فإن مركزها ينتمي إلى المستقيم المار من Ω والعمودي على المستوى (P) (لأن $(\Gamma) \subset (P)$) أي المستقيم (Δ) . إذن :

* مركز الفلكة (S_1) هو تقاطع المستوى (Q) والمستقيم (Δ) أي النقطة $I(3, 1, 0)$.

* شعاع الفلكة (S_1) هو : $\sqrt{4^2 + 1\Omega^2}$ أي $2\sqrt{7}$
إذن معادلة الفلكة المطلوبة هي $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 = 28$
أي $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 18 = 0$

إعداد الأستاذ : عبد العزيز فرحاني