

1- التحقق من عدم استقامية $\vec{u}$ و $\vec{v}$

مثلثات إحداثيات $\vec{u}$ هو $(-1,1,1)$

ومثلثات إحداثيات $\vec{v}$ هو $(0,3,1)$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ غير منعدمة.

فإن المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيمتين

2- تحديد معادلة للمستوى (P)

لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء.

لدينا: $M \in (P) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+5 & -1 & 0 \\ y-3 & 1 & 3 \\ z & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(x+5) + (y-3) - 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + y - 3z - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 13 = 0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $2x - y + 3z + 13 = 0$

3- تحديد تقاطع (P) و (Δ)

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ تمثيل بارامترى للمستقيم } (\Delta) \text{ هو}$$

ومعادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $2x - y + 3z + 13 = 0$

إذن لتحديد تقاطع (Δ) و (P) نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$$2(2+3t) - (-t) + 3(1+t) - 13 = 0$$

هذه المعادلة تكافئ: $10t + 20 = 0$ أي $t = -2$

وهذا يعني أن (Δ) يقطع (P) في النقطة التي مثلثات إحداثياتها هو:

$$(-4, 2, -1) \text{ أي } (2, -6, 1)$$

4- لنبين أن (Δ) و (Q) متوازيان

متجهة موجهة للمستقيم (Δ) هي $\vec{u}(3, -1, 1)$

ومتجهتان موجهتان للمستوى (Q) هما: $\vec{v}(2, -3, 1)$ و $\vec{w}(1, 2, 0)$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ولدينا:}$$

إذن المتجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مستوائيات

وهذا يعني أن (Δ) و (Q) متوازيان

طريقة ثانية

$$\begin{cases} 1+2\lambda+\mu=2+3t \\ -1-3\lambda+2\mu=-t \\ 1+\lambda=1+t \end{cases} \text{النظمة}$$

$$\begin{cases} 1+2t+\mu=2+3t \\ -1-3t+2\mu=-t \\ \lambda=t \end{cases} \text{تكافئ}$$

$$\begin{cases} \mu=1+t \\ 2\mu=1+2t \\ \lambda=t \end{cases} \text{أي}$$

$$\begin{cases} \mu=1+t \\ 2(1+t)=1+2t \\ \lambda=t \end{cases} \text{أي}$$

$$\begin{cases} \mu=1+t \\ 2=1 \\ \lambda=t \end{cases} \text{أي وهذا غير ممكن}$$

إذن النظمة لا حل لها

وهذا يعني أن (Δ) يوازي قطعاً المستوى (Q)