

(1) تحديد المركز والشعاع :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z = 0 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y-0)^2 + (z+1)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-0)^2 + (z+1)^2 = (\sqrt{2})^2$$

إذن : (S) فلكة مركزها $\Omega(1,0,-1)$ وشعاعها $r = \sqrt{2}$.

(2) تقاطع (D) و (S) :

(D) موجه بالمتجهة $\vec{u}(1,1,1)$ ويمر بالنقطة $C(1,0,0)$.

ومنه :

$$d(\Omega, (D)) = \frac{\|\vec{\Omega C} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$$

$$d(\Omega, (D)) = \frac{\|-\vec{i} + \vec{j}\|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \text{اي :}$$

وبما أن $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < \sqrt{2}$ فإن (D) يقطع الفلكة (S) في نقطتين A و B.

إحداثيات A و B

احداثيات A و B هي حل للنظمة

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \\ 3\lambda^2 + 2\lambda - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{اي :} \quad \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{3} \\ \lambda = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -1 \\ \lambda = -1 \end{cases}$$

إذن : (D) يقطع (S) في النقطتين A(0,-1,-1) و

$$B\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

(P) مماس للفلكة (S) :

لدينا $0 + (-1) + 1 = 0$ ومنه A تنتمي الى (P).

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|1 + 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad \text{و}$$

إذن : (P) مماس للفلكة (S) في A.

(4) معادلة (Q) :

(Q) مماس للفلكة (S) في B . ومنه : $\vec{\Omega B}$ متجهة منظمية

$$\vec{\Omega B} \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \right) \quad \text{على (Q). ولدينا :}$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{4}{3}z + \alpha = 0 \quad \text{حيث } \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{معادلة}$$

لـ (Q).

وبما أن $B\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ تنتمي الى (Q) فإن

$$\alpha = -1 \quad \text{أي} \quad \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \alpha = 0$$

$$\text{إذن : } \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{4}{3}z - 1 = 0 \quad \text{أي : } x + y + 4z - 3 = 0$$

معادلة ديكرتية لـ (Q).

(5) تقاطع (P) و (Q) : لدينا :

$\vec{\Omega A}$ منظمية على (P)

و $\vec{\Omega B}$ منظمية على (Q)

$$\left(\begin{array}{c} -1 \\ 1 \\ 3 \end{array} \right) \neq \left(\begin{array}{c} 0 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right) \quad \text{وبما أن } \vec{\Omega A} \text{ و } \vec{\Omega B} \text{ غير مستقيمتين}$$

$$\vec{\Omega A} \wedge \vec{\Omega B} \neq \vec{0} \quad \text{فإن}$$

إذن : (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) عمودي على كل

من المستقيمين (ΩA) و (ΩB) أي عمودي على المستوى

($A\Omega B$).

Achamel