

$$D_f = \mathbb{R}^* =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[\quad (-1-1)$$

(ب-) إذا كان $x \in \mathbb{R}^*$ فإن $-x \in \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = -2x - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{-x} \text{ و}$$

$$= -2x + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} = -f(x)$$

إذن $\forall x \in \mathbb{R}^* f(-x) = -f(x)$
إذن f دالة فردية.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \frac{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{3}{x^2} \right)}}{x} \right) \quad -2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ إذن}$$

$$\begin{aligned} f(x) - (2x - 1) &= 2x - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} - 2x + 1 \\ &= 1 - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} = \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{x} \end{aligned} \quad (-1-3)$$

$$f(x) - (2x - 1) = \frac{x^2 - (x^2 + 3)}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})} = \frac{-3}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})} \quad (-ب)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x + \sqrt{x^2 + 3}) = +\infty \text{ بما أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})} = 0 \text{ فإن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = 0 \text{ إذن}$$

وبالتالي فإن (Δ) مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

$$(\forall x \in I) \frac{-3}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})} \text{ لدينا } (-ج)$$

$$(\forall x \in I) f(x) < 2x - 1 \text{ أي أن}$$

إذن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned}
 x \neq 0; f'(x) &= 2 - \frac{\frac{x^2}{\sqrt{x^2+3}} - \sqrt{x^2+3}}{x^2} \quad (-4-أ) \\
 &= 2 - \frac{x^2 - (x^2+3)}{x^2 \sqrt{x^2+3}} \\
 &= 2 + \frac{3}{x^2 \sqrt{x^2+3}}
 \end{aligned}$$

$$(\forall x \in I) f'(x) = 2 + \frac{3}{x^2 \sqrt{x^2+3}}$$

(ب-)

x	0	$+\infty$
f'(x)		+
f(x)	$-\infty$	$+\infty$

(5-أ) تقاطع (C) مع محور الأفاصيل على I.

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} x \in I \\ f(x) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \in I \\ x^2 - \sqrt{x^2+3} = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \sqrt{x^2+3} \\ x \in I \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^4 - x^2 - 3 = 0 \\ x \in I \end{cases}
 \end{aligned}$$

المعادلة $4x^4 - x^2 - 3 = 0$ يؤول حلها إلى معادلة من الدرجة الثانية .

$$4x^4 - x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 = 1 \text{ أو } x^2 = -\frac{3}{4})$$

$$\Leftrightarrow (x = 1 \text{ أو } x = -1)$$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= 0 \\ x &\in I \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow x = 1$$

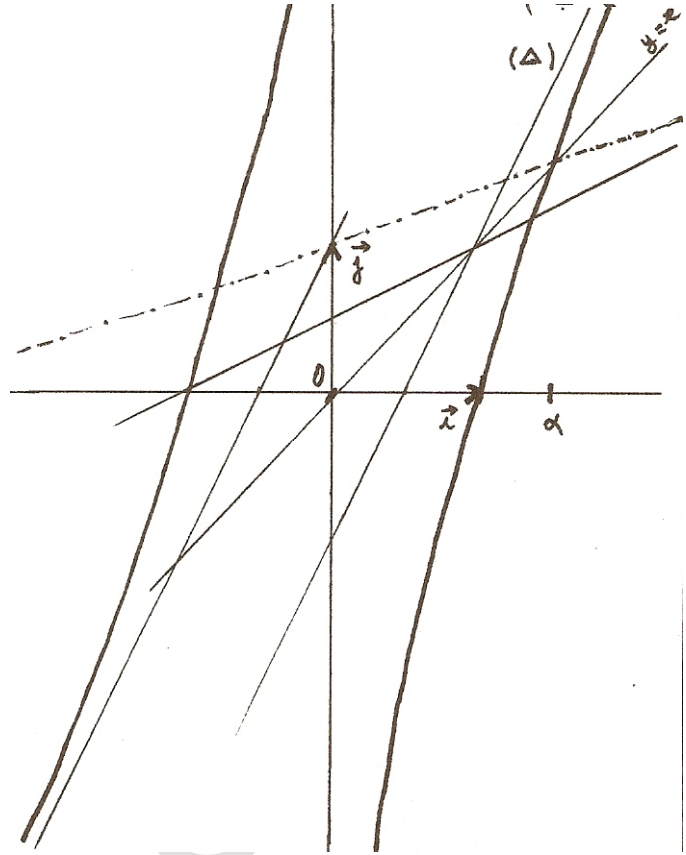
إن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في النقطة $A(1,0)$ على المجال I

معادلة (T) مماس (C) عند النقطة A هي:

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$T : y = 3x - 3$$

(ب-)



لدينا f' دالة فردية
إذن منحناها (C) متماثل بالنسبة للنقطة O أصل المعلم.

-6

g دالة متصلة وتزايدية قطعاً على المجال I .

و $g(I) = \mathbb{R}$

إذن g تقابل من I نحو $\mathbb{R}$