

الجزء الأول :

$$g(x) = xe^x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x \quad (2)$$

• إذا كان $x = 0$ فإن المعادلة تصبح $0 = 1$

* بما أن $e^x > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $g'(x)$ هي إشارة

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{إذن : } (1+x)$$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow x > -1$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1$$

(3)

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	—	—	0	+
$g(x)$	↘ $-\infty$			$+\infty$	↘ $2+\ln 2$	↗ $+\infty$

• من خلال جدول تغيرات الدالة g لدينا :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \geq 2 - \frac{1}{e}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) > 0 \quad \text{فإن} \quad 2 - \frac{1}{2} > 0$$

الجزء الثاني :

$$f(x) = (x-1)(e^x + 2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 2) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 1) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 2) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad *$$

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) &= (e^x + 2) + (x - 1)e^x \quad \text{أ} \quad (2) \\ &= (1 + x - 1)e^x + 2 \\ &= xe^x + 2 \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = g(x) \quad \text{إذن}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) > 0 \quad \text{ب - لدينا}$$

إذن :

x	$-\infty$	$+\infty$
f'(x)	+	
f(x)	$-\infty$	$+\infty$

ج - بما أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = g'(x) \quad \text{فإن}$$

إشارة $f''(x)$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f''(x)	-	0	+
تقعر (C)			

النقطة I (-1, F(-1)) نقطة انعطاف المنحنى (C) .

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \frac{f(x)}{x} = \frac{x-1}{x} (e^x + 2) \quad \text{أ - لدينا} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 2) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{بما أن} \quad *$$

فإن محور الأرتايب اتجاه مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

$$\text{ب - لنحسب} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)]$$

$$\begin{aligned} \text{لدينا} \quad f(x) - (2x - 2) &= (xe^x - e^x + 2x - 2) - (2x - 2) \\ &= xe^x - e^x \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \quad \text{بما أن}$$

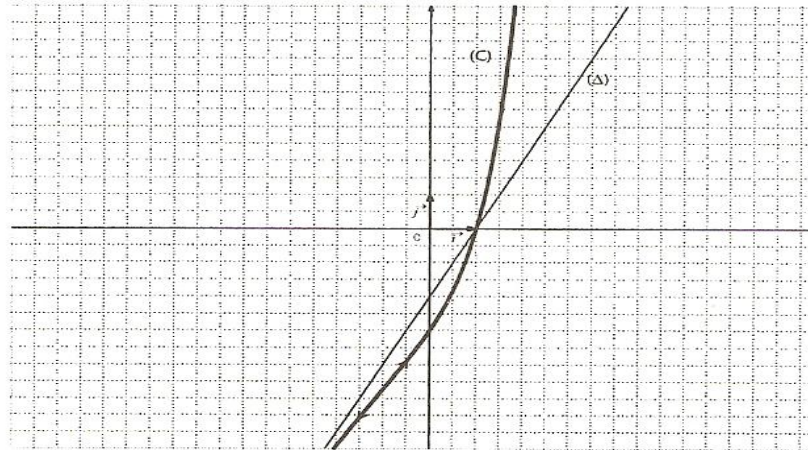
$$\text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x) = 0$$

ومنه فإن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $(-\infty)$.

ج - لدينا $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (2x - 2) = (x - 1)e^x$
 وبما أن $e^x > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $f(x) - (2x - 2)$ هي إشارة $x - 1$.

x	1	
x - 1	—	+
وضع (C) بالنسبة لـ (Δ)	(C) تحت (Δ)	(C) فوق (Δ)

(4)



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي