

$$C(3,1,1) \quad B(2,0,1) \quad A(1,1,-1)$$

$$M(x,y,z) \in \overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB} ; t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$(AB) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{إذن}$$

$$\overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{k} \quad \overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \quad \text{أ} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$d(C, (AB)) = \frac{\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

$$= \frac{\sqrt{4+4+4}}{\sqrt{1+1+4}}$$

$$d(C, (AB)) = \sqrt{2}$$

إذن

$$M(x,y,z) \in (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) = 0 \quad \text{ب} -$$

$$\Leftrightarrow -2x + 2y + 2z = 0$$

$$(Q) : x - y - z = 0$$

إذن

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z + 9 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z + 9 = 0 \quad \text{أ} -$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + (y-1)^2 - 1 + (z-1)^2 - 1 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (\sqrt{2})^2$$

إذن $C(3,1,1)$ هو مركز الفلكة (S) وشعاعها $\sqrt{2}$

ب - بما أن $d(C, (AB)) = \sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ هو شعاع الفلكة (S)

و C مركزها فإن المستقيم (AB) مماس للفلكة (S).

* نقطة التماس $N(x,y,z)$ هي نقطة تقاعد (S) و (AB)

$$N(x,y,z) \in (S) \cap (AB)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z + 9 = 0 \\ x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (t-1)^2 = 0 \\ x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = -1+2t \end{cases}$$

$$(S) \cap (AB) = \{B(2,0,1)\} \quad \text{إذن}$$

$$. (Q) = \frac{|3-1-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{3}}{3} < \sqrt{2} \quad \text{ج}$$

إذن الفلكة (S) تقطع المستوى (Q) وفق دائرة مركزها H .

* ليكن (D) المستقيم المارن (C) والعمودي على (Q)

$$(D) : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 1-t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

H هو تقاطع (D) و (Q)

$$\in (D) \cap (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x = 3+t \\ y = 1-t \\ z = 1-t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3+t-1+t-1+t=0 \\ x = 3+t \\ y = 1-t \\ z = 1-t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{8}{3} \\ y = z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$H\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right) \quad \text{إذن}$$

إعداد الأستاذ : عبد العزيز فرحاني