

a-1- التحقق من عدم استقامة A و B و C

مثلث إحداثيات $\overrightarrow{AB}$ هو $(-4, 2, 2)$

ومثلث إحداثيات $\overrightarrow{AC}$ هو $(-1, 0, 2)$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$ غير منعدمة

فإن المتجهين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيمين

وهذا يعني أن النقط A و B و C غير مستقيمة

b - تحديد معادلة للمستوى (ABC)

لتكن $M(x, y, z)$ نقطة من الفضاء

لدينا : $M \in (ABC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & -4 & -1 \\ y+1 & 2 & 0 \\ z+1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x-2) + 6(y+1) + 2(z+1)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 6y + 2z = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + z = 0$$

إذن معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) هي بالفعل $2x + 3y + z = 0$

ملاحظة: يمكن الإجابة على هذا السؤال كذلك بالتحقق من كون إحداثيات النقط A و B و C تحقق المعادلة المقترحة

$$2x + 3y + z = 0$$

2- تمثيل بارامترى للمستقيم (AB)

المستقيم (AB) يمر من النقطة $A(2, -1, -1)$ وموجه بالمتجهة $\overrightarrow{AB}(-4, 2, 2)$ أو بالمتجهة $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}(-2, 1, 1)$

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

3- التحقق من أن: $(p) \cap (ABC) = (AB)$

من معادلتى (P) و (ABC) نستنتج أن هذين المستويين غير منطبقين

ولدينا $A \in (ABC)$ و $B \in (ABC)$

ولدينا كذلك $A \in (p)$ و $B \in (p)$ لأن: $y_A - z_A = 0$ و $y_B - z_B = 0$

إذن المستويان (P) و (ABC) يتقاطعان بالفعل وفق المستقيم (AB)

4- تحديد تقاطع (P) و (Q) و (ABC)

من معادلات (P) و (Q) و (ABC) نستنتج أن هذه المستويات مختلفة مثنى مثنى

رأينا أن $(p) \cap (ABC) = (AB)$

إذن تقاطع (P) و (Q) و (ABC) هو تقاطع المستقيم (AB) والمستوى (Q)

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ومعادلة ديكرتية للمستوى (Q) هي : $x - z = 0$

وبما أن المعادلة : $(2 - 2t) - (-1 + t) = 0$

تكافئ $t = 1$

فإن المستقيم (AB) يقطع المستوى (Q) في النقطة التي مثلث إحداثياتها هو $(0, 0, 0)$

إذن المستويات (p) و (Q) و (ABC) تتقاطع في النقطة O
طريقة ثانية :

$$\begin{cases} y - z = 0 \\ x - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases} \quad \text{حل في } \mathbb{R}^3 \text{ : النظام}$$

وستجد أن المستويات الثلاثة تتقاطع في النقطة $O(0,0,0)$