

ثنائي القطب RL تمارين مرفقة بالحلول فيزياء تارودانت



1

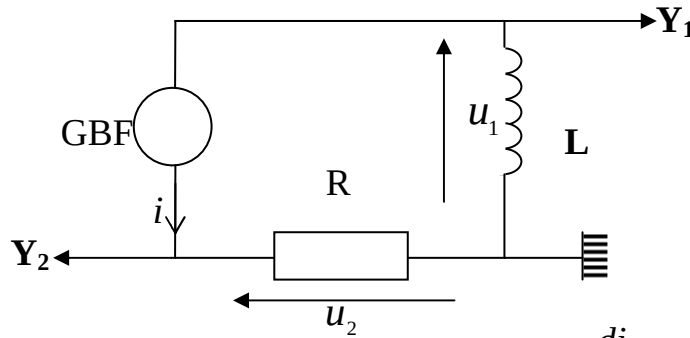
تحتوي الدارة الكهربائية الممثلة أسفله على موصل أومي مقاومته $R = 300\Omega$ و شريحة مثالية : مقاومتها منعدمة و معامل تحريضها L .

يهدف هذا التمرين إلى تحديد معامل تحريض الشريحة باعتماد تجربتين مختلفتين.

الجزء الأول: التجربة الأولى

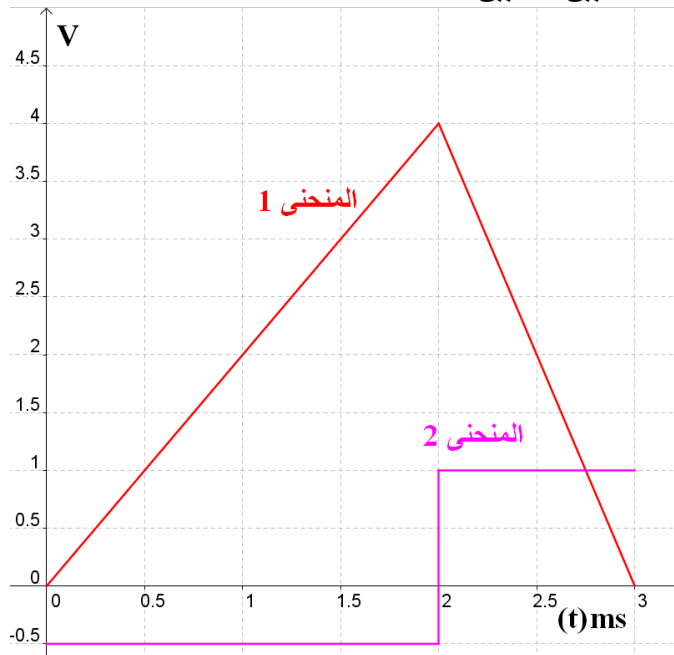
يزود المولد GBF الدارة الكهربائية بتوتر ذي شكل أسنان المنشار.

نمثل بواسطة حاسوب التوترين u_1 و u_2 بدلالة الزمن t .



1- عبر عن u_1 و u_2 بدلالة $L; R; i; \frac{di}{dt}$

2- نعاين على الحاسوب المنحنيين التاليين:



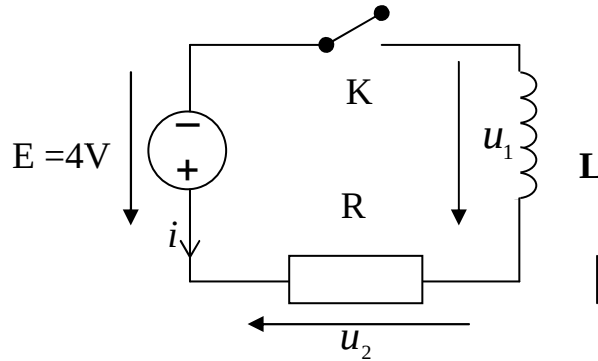
أعط مدلول كل من المنحنيين . علل جوابك.



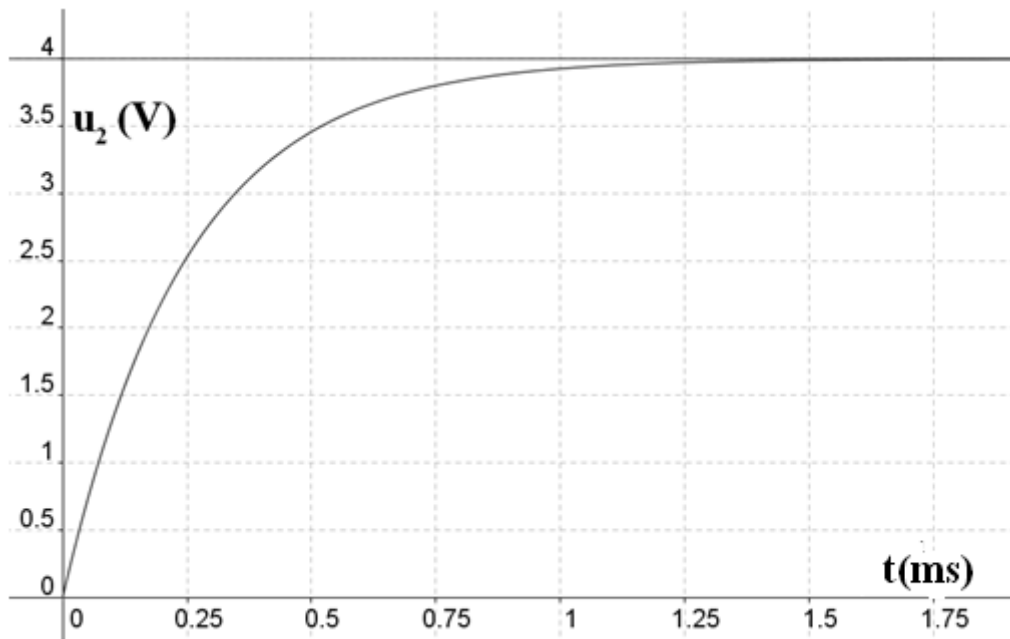
- 3- أعط تعبير كل من u_1 و u_2 بدلالة الزمن t في المجالين $t \in [0; 2ms]$ و $t \in [2ms; 3ms]$
- 4- أوجد العلاقة الرياضية بين التوترين u_1 و u_2 و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعية باعتماد المجال $t \in [0; 2ms]$
- 5- تحقق من صلاحية هذه العلاقة في المجال $t \in [2ms; 3ms]$.

التجربة الثانية:

نعوض المولد GBF بمولد توتر مستمر بحيث نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t=0$.



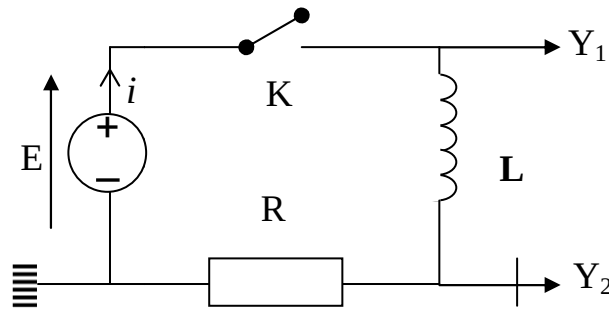
- 1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_2 .
- 2- نقبل أن حل المعادلة هو $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$. حدد الثابتين A و B باستعانتك بالمبيان أسفله.
- 3- أوجد بطريقتين مختلفتين ثابتة الزمن τ و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعية.



منحنى تغير التوتر u_2 بدلالة الزمن t

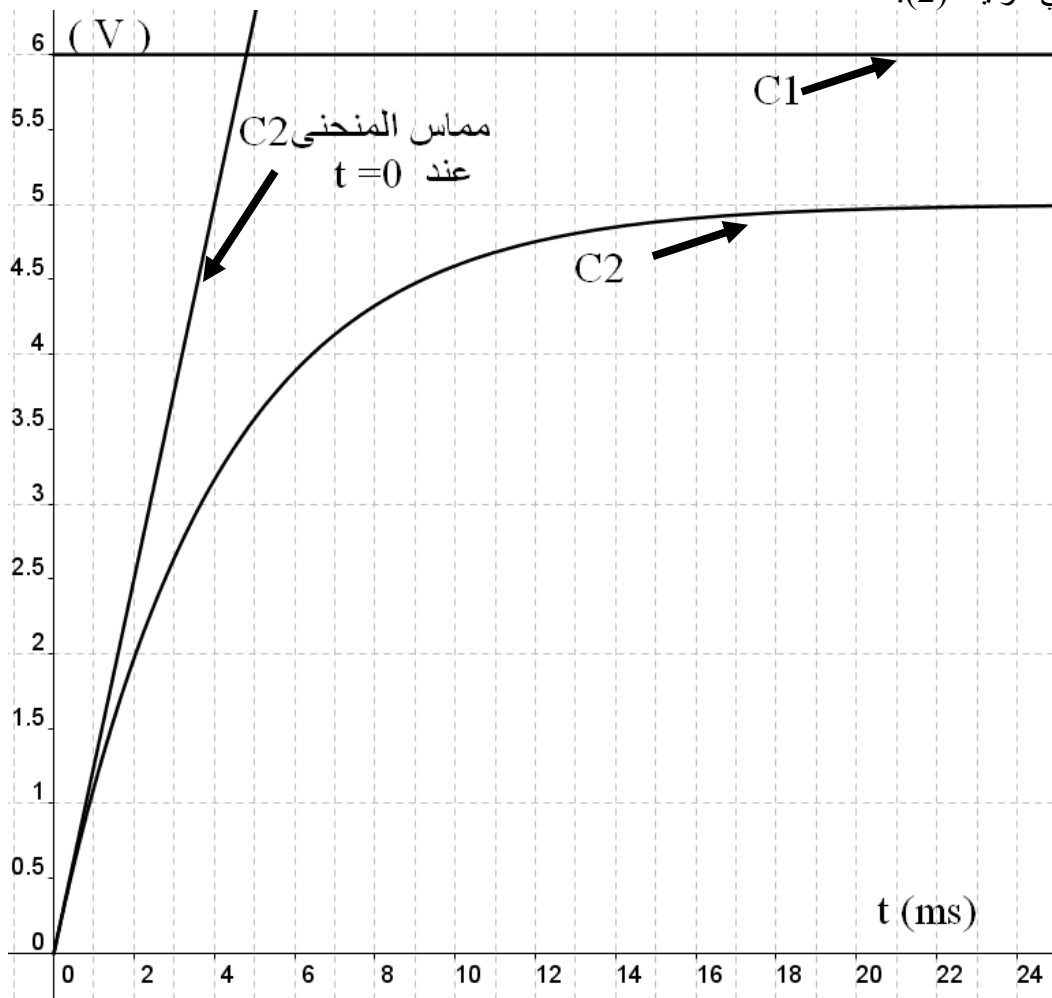


نركب وشعية مقاومتها r و معامل تحريضها L على التوالي مع موصل أومي مقاومتها $R = 100\Omega$ و مولد توتر مستمر قوته الكهرمحركة $E = 6V$ و قاطع تيار K .
لمعاينة التوترين u_1 بين مربطي المولد و u_2 بين مربطي الموصل الأومي نستخدم راسم تذبذب ذاكرتي .
انظر الوثيقة (1) أسفله.



الوثيقة 1

نغلق قاطع التيار عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ ($t=0$) ، فنعاين على شاشة راسم التذبذب المنحنيين الممثلين في الوثيقة (2).



الوثيقة 2

- 1- حدد أي من المنحنيين $C1$ و $C2$ يطابق التوتر $u_2(t)$. علل جوابك.
- 2- بين أن شدة التيار تتغير بنفس كيفية تغير التوتر u_2 .
- 3- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_2 .

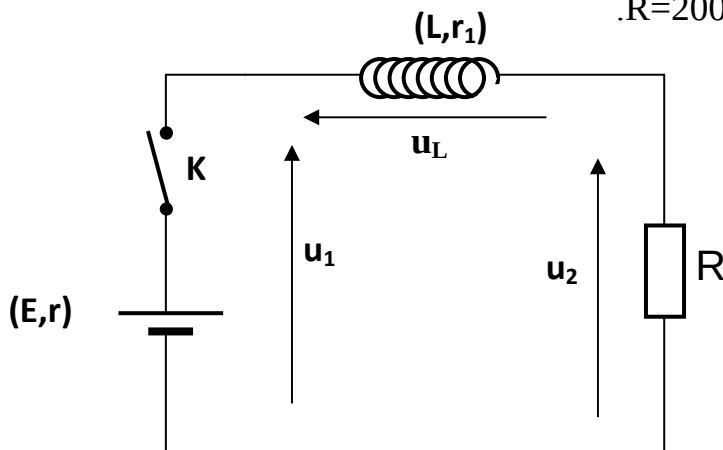


- 4- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ ، حدد كل من τ و A و B بدلالة E و R و r و L .
- 5- استنتج من الوثيقة 2 قيمة كل من ثابتة الزمن τ و شدة التيار I_0 في النظام الدائم .
- 6- أوجد تعبير $u_2(t)$ ، ثم استنتج قيمة المقاومة r و معامل التحريض L للوشية.
- 7- استنتج تعبير شدة التيار $i(t)$ و التوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشية.
- 8- مثل شكل منحنى تغير $u_L(t)$ بدلالة الزمن t .

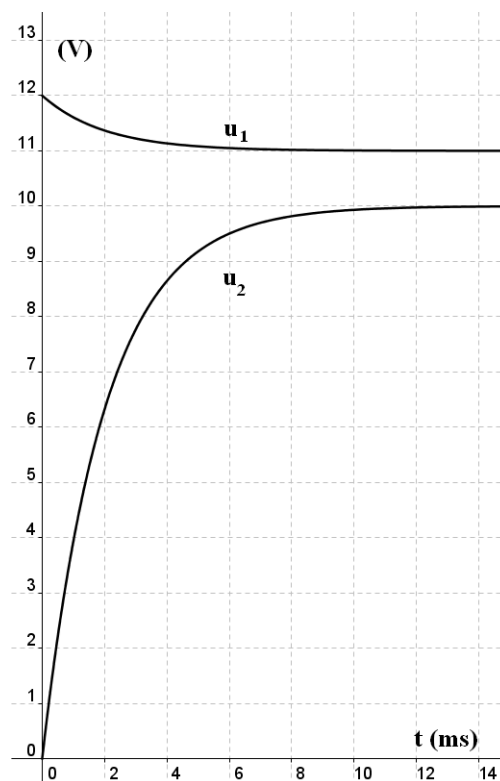
3

نركب على التوالي في دارة كهربائية:

- وشية مقاومتها r_1 و معامل تحريضها L .
- مولد توتر مستمر قوته الكهرومحرقة E و مقاومته الداخلية r .
- موصل أومي مقاومته $R=200\Omega$.
- قاطع التيار K .



نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t=0$ ، و نمثل بواسطة واجهة و حاسوب التوترين u_1 و u_2 فنحصل على المنحنيين التاليين.



1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

2-

أ) باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = I_0 e^{-\alpha t} + I_{01}$ ، أوجد تعبير كل من I_{01} و α بدلالة

E, L, r, r_1, R

ب) بين باعتماد الحالة البدئية أن $I_0 = -I_{01}$

3- بين أن $u_2(t)$ تتناسب مع شدة التيار $i(t)$.

4- استنتج من المبيان تعبير $i(t)$ و $u_2(t)$ بدلالة t و α محددا قيمة I_{01} .

5- استنتج من المبيان ثابتة الزمن τ و استنتج قيمة الثابتة α ، ثم أعط تعبير $u_2(t)$ و $i(t)$ بدلالة t .

6- ما هو دور الوشعة في النظامين الانتقالي و الدائم.

7- استنتج من المبيان القوة الكهرومحرركة E للمولد و مقاومته الداخلية r .

8- أوجد تعبير التوتر $u_1(t)$ بدلالة الزمن t .

9- أوجد قيمة مقاومة الوشعة.

10- استنتج معامل التحريض L للوشعة.

11- أوجد تعبير التوتر



الجزء الأول: التجربة الأولى

1- لدينا:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt}$$

$$u_2 = Ri$$

2- باعتبار أحد المجالين نجد أن المنحنى 1 عبارة عن مستقيم (دالة خطية أو تآلفية) و المنحنى 2 دالة ثابتة

نعلم أن مشتقة دالة تآلفية (أو خطية) هي دالة ثابتة ، و نستنتج من جواب السؤال السابق أن u_1 يتناسب مع مشتقة u_2 ، و بالتالي سيتحقق في كلا المجالين $t \in [0;2ms]$ و $t \in [2ms;3ms]$ ما يلي :

- u_2 ستكون هي الدالة التآلفية (أو الخطية) أي المنحنى 1

- u_1 ستكون هي الدالة الثابتة أي المنحنى 2

3-

نعتبر المجال $t \in [0;2ms]$:

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = at$$

مع:

$$a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{2 \cdot 10^{-3} - 0} = 2000 V.s^{-1}$$

و بالتالي:

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = 2000t(V)$$

نعتبر المجال $t \in [2ms;3ms]$

بنفس الطريقة نجد:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + b(V)$$

تحديد b:

لدينا

$$u_2(t = 0,003s) = 0 = -12 + b \Rightarrow b = 12V$$

إذن:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + 12(V)$$



4- لدينا:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt}$$

إذن:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt}$$

$$L = \frac{-Ru_1}{\frac{du_2}{dt}}$$

في المجال $t \in [0; 2ms]$ نجد:

$$u_1 = -0,5V$$

$$\frac{du_2}{dt} = 2000V.s^{-1}$$

و من تم نجد:

$$L = \frac{-300 * (-0,5)}{2000} = \frac{150}{2000} = 0,075H = 75mH$$

5- في المجال $t \in [2ms; 3ms]$ لدينا:

$$u_1 = 1V$$

$$\frac{du_2}{dt} = -4000V.s^{-1}$$

$$-\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = -\frac{0,075}{300} * (-4000) = 1V \Rightarrow -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = u_1$$

التجربة الثانية:

1- لدينا:

$$u_2 + u_1 = E$$

$$u_2 + L \frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + \frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = E$$



2- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$u_2(t) = Ae^{-t/L/R} + B$$

من خلال المبيان نجد أن:

$$u_2(t = \infty) = B = 4V$$

$$u_2(t = 0) = 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -4V$$

و من تم نكتب:

$$u_2(t) = 4(1 - e^{-t/L/R})(V)$$

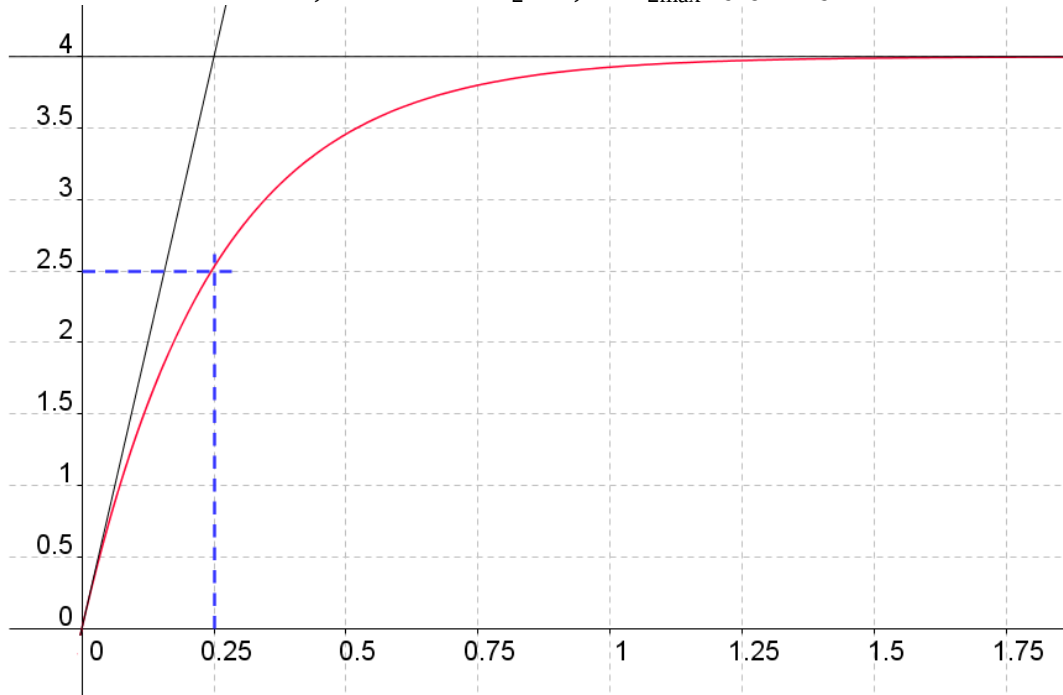
3-

الطريقة الأولى:

نمثل مماس المنحنى عند اللحظة $t=0$ ، حيث يقطع المقارب للمنحنى عند ما لا نهاية ($u_2 = 4$) في نقطة أفصولها $t=\tau = 0,25.ms$.

الطريقة الثانية:

نحدد اللحظة $t=\tau$ حيث يكون التوتر $u_2 = 0,63 u_{2max}$ فنجد $\tau = 0,25.ms$.



لدينا:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau.R$$

ت ع:

$$L = 2,5.10^{-4} * 300 = 0,075H = 75mH$$



- 1- بما أن التوتر بين مربطي المولد ثابت و التوتر بين مربطي الموصل الأومي متغير خلال النظام الانتقالي نتيجة تناسبه مع شدة التيار (إقامة التيار) إذن فالمنحنى C2 هو الذي يطابق التوتر u_2 .
- 2- لدينا: $u_2 = Ri$ إذن فشدّة التيار تتغير بنفس كيفية تغير التوتر بين قطبي الموصل الأومي.

3- لدينا:

$$u_2 + u_L = E$$

$$u_2 + ri + L \frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + r \frac{u_2}{R} + L \frac{d\left(\frac{u_2}{R}\right)}{dt} = E$$

$$u_2 \left(1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = E$$

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right) \frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r} E$$

4-

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B$$

$$\frac{du_2}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right) \frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau} + B + \left(\frac{L}{R+r}\right) \left(-\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}\right) = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau} \left(1 - \frac{L}{(R+r)\tau}\right) + B - \frac{R}{R+r} E = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{L}{(R+r)\tau} = 0 \\ B - \frac{R}{R+r} E = 0 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{(R+r)} \\ B = \frac{R}{R+r} E \end{cases}$$

لدينا عند اللحظة $t=0$:

$$u_2(t=0) = A + B = 0$$

$$A = -B = -\frac{R}{R+r} E \quad \text{إذن:}$$

-5

تحديد τ :

يتقاطع مماس المنحنى تغير u_2 بدلالة الزمن مع مقارب هذا التوتر عند ما لا نهاية عند اللحظة $t=\tau$:
نستنتج من الوثيقة (2) أن $\tau = 4 \text{ ms}$.

تحديد I_0 :

نستنتج من الوثيقة أن التوتر u_2 في النظام الدائم هو $U_0 = 5V$ و من ثم فإن:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

ت ع:

$$I_0 = \frac{5}{100} = 0,05A = 50mA$$

-6 لدينا:

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B = B(1 - e^{-250t})$$

$$B = u_2(t = \infty) = 5V$$

إذن:

$$u_2 = 5(1 - e^{-250t})(V)$$

تحديد المقاومة r للوشية:

لدينا:

$$B = 5 = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{R}{5} E - R = R \left(\frac{E}{5} - 1 \right)$$

ت ع:

$$r = 100 \left(\frac{6}{5} - 1 \right) = 20\Omega$$



تحديد معامل التحريض L
لدينا:

$$\tau = \frac{L}{(R + r)}$$

$$\Leftrightarrow L = \tau(R + r)$$

ت ع:

$$L = 0,004(120) = 0,48H$$

-7

تحديد تعبير i(t)
لدينا:

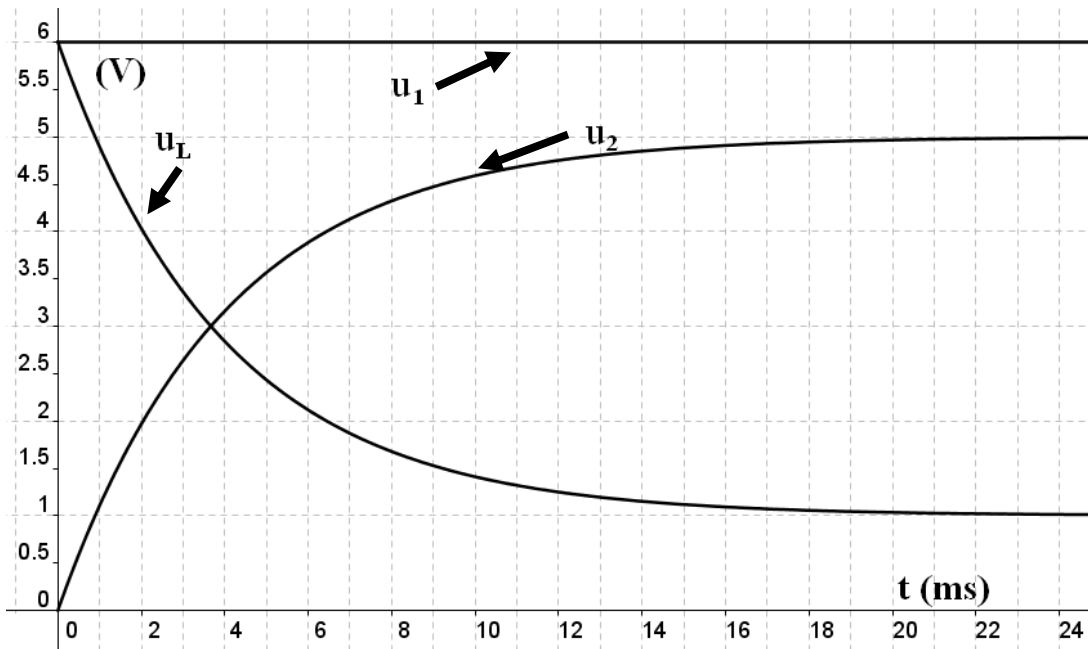
$$u_2(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 5 \frac{(1 - e^{-250t})}{100} = 0,05(1 - e^{-250t})(A) = 50(1 - e^{-250t})mA$$

تحديد تعبير u_L(t)
لدينا:

$$u_L(t) = E - u_2(t) = 6 - 5(1 - e^{-250t}) = 5e^{-250t} + 1 \quad (V)$$

-8



-1 لدينا:

$$u_1 = u_L + u_2$$

$$\Leftrightarrow E - ri = r_1 i + L \frac{di}{dt} + Ri$$

$$\Leftrightarrow E = (r + r_1 + R)i + L \frac{di}{dt}$$

$$\Leftrightarrow i + \left(\frac{L}{r + r_1 + R} \right) \frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$

-2

(أ) لدينا:

$$i(t) = I_0 e^{-\alpha t} + I_{01}$$

إذن:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\alpha I_0 e^{-\alpha t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$i + \left(\frac{L}{r + r_1 + R} \right) \frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$

$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha t} + I_{01} + \left(\frac{L}{r + r_1 + R} \right) \left(-\alpha I_0 e^{-\alpha t} \right) - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$

$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha t} \left(1 - \frac{L \alpha}{r + r_1 + R} \right) + I_{01} - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$

و من تم نحصل على:

$$\begin{cases} 1 - \frac{L \alpha}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{r + r_1 + R}{L} \\ I_{01} - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow I_{01} = \frac{E}{r + r_1 + R} \end{cases}$$

(ب) لدينا عند $t=0$:

$$i(t=0) = 0 \Rightarrow I_0 e^{-0} + I_{01} = 0 \Rightarrow I_0 + I_{01} = 0 \Rightarrow I_0 = -I_{01}$$



3- لدينا: $u_2 = Ri$ و من تم فإن التوتر u_2 يتناسب مع شدة التيار i .

4-

تحديد التوتر $u_2(t)$ بدلالة t و α

بما أن التوتر u_2 يتناسب مع شدة التيار i ، إذن يمكننا كتابة التوتر u_2 على الشكل التالي:

$$u_2(t) = Ri(t) = RI_{01}(1 - e^{-\alpha t}) = U_{20}(1 - e^{-\alpha t})$$

بحيث: U_{20} هو التوتر u_2 خلال النظام الدائم، حيث نستنتج من المبيان أن: $U_{20} = 10V$ ، و هكذا نحصل على تعبير التوتر u_2 :

$$u_2(t) = U_{20}(1 - e^{-\alpha t}) = 10(1 - e^{-\alpha t})(V)$$

تحديد شدة التيار $i(t)$ بدلالة t و α

لدينا:

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 0,05(1 - e^{-\alpha t})(A) = 50(1 - e^{-\alpha t})(mA)$$

تحديد I_{01} :

لدينا عند النظام الدائم:

$$U_{20} = RI_{01} \Rightarrow I_{01} = \frac{U_{20}}{R} = \frac{10}{200} = 0,05A = 50mA$$

5-

تحديد τ

باستعمال مماس المنحنى $u_2(t)$ أو تحديد قيمة اللحظة التي يوافق فيها ما يلي:

$$u_2(t = \tau) = 0,63.U_{20} = 6,3V$$

$$\tau = 2ms$$

تحديد α

لدينا:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} = 500s^{-1}$$

و من تم نحصل على:

$$i(t) = 50(1 - e^{-500t})(mA)$$

$$u_2(t) = 10(1 - e^{-500t})(V)$$

6- تقاوم الوشيجة إقامة التيار في النظام الانتقالي و تلعب دور موصل أومي مقاومته r_1 في النظام الدائم.

7-

تحديد القوة الكهرومحرقة E للمولد:

نعلم أن التوتر بين مربطي المولد هو: $u_1(t) = E - ri(t)$ و بما أن $i(t = 0) = 0$ إذن:

$$u_1(t = 0) = E$$

و من تم نستنتج من المبيان أن $E = 12V$.



تحديد المقاومة الداخلية r للمولد:

نعبر عن التوتر بين مربطي المولد في النظام الدائم حيث تستقر شدة التيار في القيمة $I_{01}=50\text{mA}$ كالتالي:

$$U_{01} = E - rI_{01} \Rightarrow r = \frac{E - U_{01}}{I_{01}}$$

ت ع:

$$r = \frac{12 - 11}{0,05} = 20\Omega$$

8- لدينا:

$$u_1(t) = E - ri(t) = 12 - (1 - e^{-500t}) = 11 + e^{-500t} (V)$$

9- لدينا في النظام الدائم:

$$I_{01} = \frac{E}{r + r_1 + R} \Rightarrow r_1 = \frac{E}{I_{01}} - (r + R)$$

ت ع:

$$r_1 = \frac{12}{0,05} - (220) = 20\Omega$$

10- لدينا:

$$\alpha = \frac{r + r_1 + R}{L} \Rightarrow L = \frac{r + r_1 + R}{\alpha}$$

ت ع:

$$L = \frac{240}{500} = 0,48H$$

11-

الطريقة الأولى:

لدينا:

$$u_L(t) = r_1 i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 20 * 0,05(1 - e^{-500t}) + 0,48 * 0,05 * 500e^{-500t} = 1 + 11e^{-500t} (V)$$

الطريقة الثانية:

لدينا:

$$u_L(t) = u_1(t) - u_2(t) = 11 + e^{-500t} - 10(1 - e^{-500t}) = 1 + 11e^{-500t} (V)$$

PCtaroudant
2011

