

الفيزياء

ثنائي القطب RC

تمرين 1

مكثف سعته $C = 3,3\mu F$ نشحنه بواسطة مولد للتوتر المستمر قوته المحرك الكهربائية $E = 9V$. تتم عملية الشحن عبر موصل أومي مقاومته $R = 100K\Omega$.

1. أعط عبارة ثابتة الزمن τ لهذه الدارة. و بين أن وحدة τ هي وحدة زمن.
2. أوجد قيمة ثابت الزمن τ .
3. ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف 5 ثواني بعد غلق القاطع.
4. ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يمر في المكثف بعد 5 ثواني من غلق قاطع التيار.

الجواب

1. عبارة ثابتة الزمن هي: $\tau = RC$

نبين أن وحد المقدار τ هي وحدة زمن لدينا
لدينا $[C] \cdot [R] = [\tau]$ وبالتالي $[\tau] = \frac{[q]}{[i]} \cdot \frac{[u]}{[i]}$ وبالتالي:

2. نحسب قيمة ثابتة الزمن بحساب المقدار RC

$$\tau = RC = 100 \cdot 10^3 \times 3,3 \cdot 10^{-6} = 0,33s = 330ms$$

3. طريقة

قيمة التوتر الكهربائي 5 ثواني بعد غلق القاطع تعطى بالعلاقة:

$$U_C = E \left(1 - e^{-t/\tau}\right) = 9 * \left(1 - e^{-5/0,33}\right) = 9$$

الطريقة 2 التوتر بين مربطي المكثف يصل إلى النظام الدائم بعد 5τ وهذا يعني $U_C(t) = E$

$$U_C(t) = 9V \quad \text{نلاحظ أن } 5\tau < 5s \text{ و بالتالي}$$

4. في النظام الدائم يكون التوتر بين مربطي المكثف قصويا و التيار الكهربائي منعدم وما أن التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف أصبح يساوي قيمة التوتر المولد فان شدة التيار الكهربائي في الدارة أصبحت منعدمة.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا $U_R + U_C = E$ ومنه $U_R = E e^{-t/\tau}$ وحسب قانون أوم نجد: $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$

في النظام الدائم تؤل إلى ما نهاية نجد $i(5\tau) = \frac{E}{R} e^{-5\tau/\tau} = 0$ اذن التيار الكهربائي ينعدم في النظام الدائم

تمرين 2

يمثل الشكل جانبه تغيرات $U_C(t)$ التوتر الكهربائي بين مربطي مكثف وتغيرات $U_R(t)$ التوتر بين مربطي الموصل الأومي ذو المقاومة $R = 100\Omega$ بدلالة الزمن

1. أعط تركيب الدارة الذي تسمح بتحقيق هذه المتابعة.

2. حدد المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ و المنحنى الموافق

لتغيرات $U_R(t)$

3. بتطبيق قانون إضافية التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي

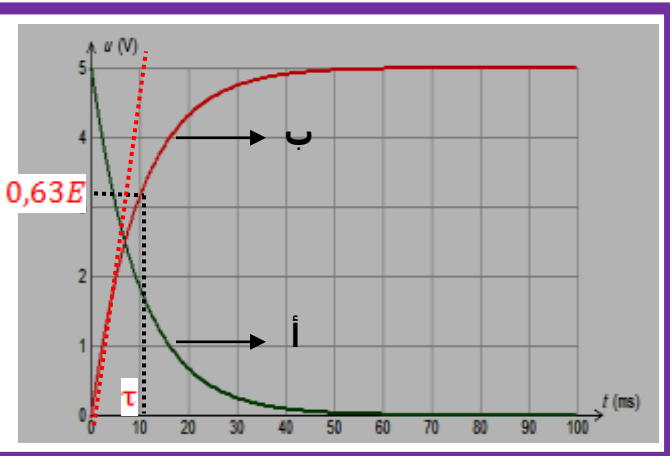
يحققها التوتر $U_C(t)$ ثم أعط حلا لها

4. عبر عن $U_R(t)$ بدلالة الزمن محددا I_0 قيمة التيار الكهربائي

القصوية ثم تحقق من نتيجة السؤال 2

5. حدد قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

6. استنتج سعة المكثف.



الجواب

1. أنظر التركيب التجريبي

2. المنحنى الموافق لكل توتر

- خلال عملية شحن المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة $t=0$ منعدما و التيار الكهربائي قصويا وموجب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و موجب ادن:
المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ هو المنحنى (ب) والمنحنى المافق لـ $U_R(t)$ هو المنحنى (أ)
- خلال عملية تفريغ المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة $t=0$ قصويا و التيار الكهربائي قصويا وسالب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و سالب

3. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات :

$$u_G(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

بتطبيق قانون أوم نجد:

$$E = R \cdot i(t) + u_C(t)$$

$$E = R \frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$$

نعلم $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ومنه

$$E = R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

نعلم أن $q(t) = C U_C$ ادن:

$$E = R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر

$$U_C(t) = A e^{-\alpha t} + B$$

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي

نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية

نجد: $A e^{-\alpha t} (-RC \cdot \alpha + 1) + B = E$ بما أن المقدار E ثابتة ادن لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون المقدار $A e^{-\alpha t} (-RC \cdot \alpha + 1) + B$ ثابت وهذا غير ممكن إلا إذا كان المقدار $-RC \cdot \alpha + 1 = 0$ و بالتالي نجد:

$$U_C(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} + E \quad \text{و} \quad B = E \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{1}{RC}$$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0$ التوتر بين مربطي المكثف منعدم $U_C(0) = 0$ ومنه نجد : $A + E = 0 \Rightarrow A = -E$

$$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

في الأخير :

4. تعبير $U_R(t)$

$$U_R = -U_C + E \quad \text{ادن:} \quad U_C + U_R = E$$

$$u_R(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{و منه:}$$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

القيمة القصوية لشدة التيار الكهربائي $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{5}{100} = 50 \text{mA}$ قيمة E تحدد من خلال المنحنى

لدينا $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ عند اللحظة $t=0$ نجد: $U_C(0) = 0$ ادن المنحنى (ب) يوافق تغيرات $U_C(t)$

لدينا $U_R = E e^{-\frac{t}{RC}}$ عند اللحظة $t=0$ نجد: $U_R(0) = E$ ادن المنحنى (أ) يوافق تغيرات $U_R(t)$

1. المنحنى المحصل عليه يوافق عملية الشحن أنظر التركيب التجريبي

2. قيمة ثابتة الزمن

من خلال المنحنى τ تمثل أفصول النقطة $0,63E$ أنظر المنحنى $\tau = 10ms$ أنظر المنحنى أعلاه

3. سعة المنحنى C

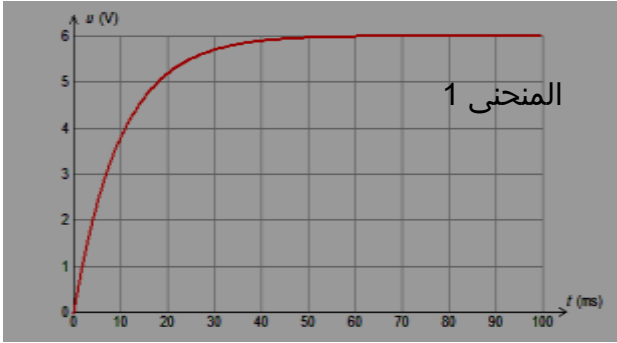
نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $C = \frac{\tau}{R}$ و بالتالي:

$$C = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{100} = 100\mu F$$

تمرين 3

نركب على التوالي موصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C بواسطة راسم التذبذب نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى 1

1. اعط التركيب التجريبي الذي يمكن من رسم هذا المنحنى
2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$
3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي



$U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ أوجد تعبير كل من A و τ بدلالة معطيات الدارة الكهربائية

4. لتكن t_1 و t_2 اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر U_C على التوالي إلى القيمتين $\frac{20}{100} U_{cmax}$ و $\frac{90}{100} U_{cmax}$

- 1-4. عين مبيانيا t_1 و t_2 ثم استنتج زمن الصعود $t_m = t_2 - t_1$
- 2-4. بين أن $t_m = RC \cdot \ln 8$ واستنتج قيمة سعة المكثف علما أن: $R = 100\Omega$

1. التركيب التجريبي

من خلال المنحنى نلاحظ أن $U_C(0) = 0$ و $U_C(\infty) = E$ وبالتالي المنحنى يوافق حالة الشحن وتركيبه

2. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$U_C(t) + RC \frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

نعود في المعادلة التفاضلية $A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + RC \frac{dA(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = E$

نجد: $A = E$ و $\tau = RC$ ومنه $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4. تحديد اللحظتان t_1 و t_2 مع $E = U_{cmax}$

1-4. اللحظتين t_1 و t_2

t_1 اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى:

$$U_C(t_1) = \frac{20}{100} U_{cmax} = 1,2V$$

t_2 اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى:

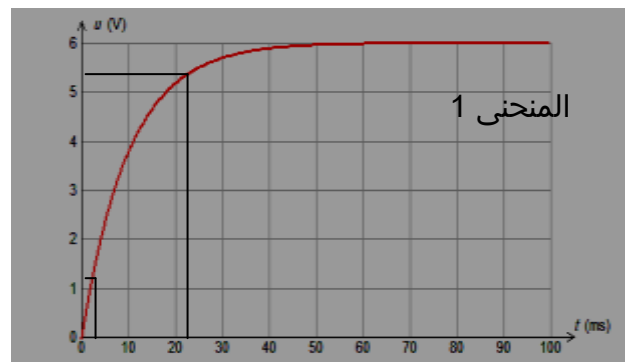
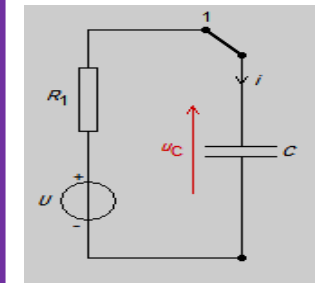
$$U_C(t_2) = \frac{90}{100} U_{cmax} = 5,4V$$

$$t_2 = 22ms \text{ و } t_1 = 0,2ms$$

$$t_m = t_2 - t_1 = 21,8ms$$

1-3. مبيانيا

زمن الصعود



$$2-4. \text{ لنبين } t_m = RC \cdot \ln 8$$

عند اللحظة t_1 لدينا $U_C(t_1) = \frac{20}{100} E = E(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}})$ و منه : $e^{-\frac{t_1}{RC}} = \frac{20}{100} - 1$

عند اللحظة t_2 لدينا $U_C(t_2) = \frac{90}{100} E = E(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}})$ و منه $e^{-\frac{t_2}{RC}} = \frac{90}{100} - 1$

اذن $t_m = t_2 - t_1 = RC \cdot \ln 8$

ومنه : $C = 104 \mu F$

تمرين 5

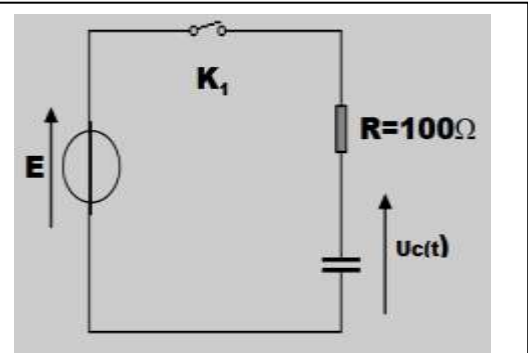
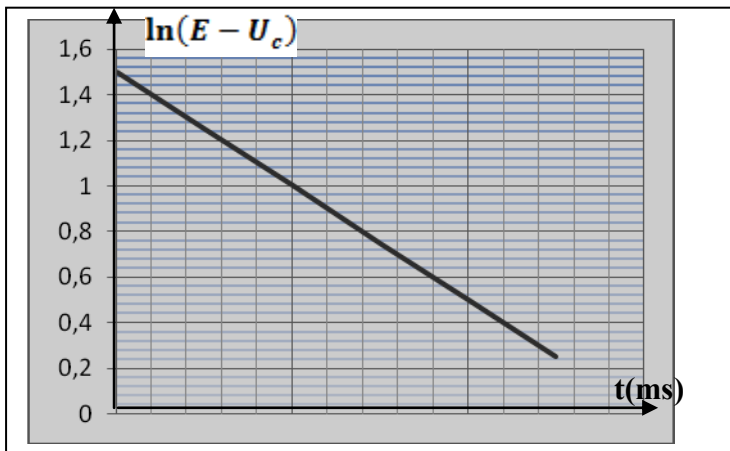
عند لحظة نختارها أصلا لتواريخ، نغلق قاطع التيار الكهربائي (الشكل أسفله) فيشحن المكثف عبر موصل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$. بواسطة راسم التذبذب ذي ذاكرة نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف، فنحصل على المنحنى الممثل أسفله

1. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$

2. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ أوجد تعبير كل من τ و A بدلالة

معطيات الدارة الكهربائية

$$3. \text{ بين أن } \ln(E - U_C) = -\frac{1}{\tau} t + \ln E$$



4. يمثل منحنى الوثيقة 2 تغيرات $\ln(E - U_C)$ بدلالة الزمن t باستغلال الميكان أوجد قيمة كل من E و τ

5. أحسب النسبة $\frac{E_C}{E_{Cmax}}$ حيث E_C للطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة $t = \tau$ و E_{Cmax} الطاقة القصوى التي يخترنها المكثف .

6. أحسب قيمة السعة C_1 للمكثف الذي يجب تركيبه مع المكثف السابق في الدارة السابقة لتأخذ ثابتة الزمن القيمة $\tau_1 = 6\tau$ مبرزا كيفية تركيب هذين المكثفين

الجواب

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات في الدارة نجد $U_C(t) + RC \frac{dU_C(t)}{dt} = E$

2. نعود في المعادلة التفاضلية $A = E$ و $\tau = RC$

3. حل المعادلة التفاضلية $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و منه $\frac{E - U_C}{U_C} = e^{\frac{t}{\tau}}$ بتطبيق $\ln$ نجد:

$$\ln\left(\frac{E - U_C}{U_C}\right) = \ln(E) - \frac{t}{\tau}$$

4. عند اللحظة $t=0$ لدينا $U_c(0) = 0$ و منه فإن $\ln(E) = 1,5$ اذن $E = 4,48V$

$$\tau = 1ms \quad \text{و منه عن اللحظة } t = 0,5ms \text{ نجد } \tau = \frac{t}{\ln(E) - \ln(E - U_c)}$$

5. حساب نسبة الطاقة الكهربائية $\frac{E_c}{E_{cmax}} = 0,4$ ت ع $\frac{E_c}{E_{cmax}} = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$

6. تحديد C_1 لدينا $\tau_1 = 6\tau$ و منه $C_e = 6C$ و بما أن $C_e > C$ فان المكثفين مركبين على التوازي

$$C_1 = C_e - C \Rightarrow C_1 = 50\mu F$$

3. الدراسة الطاقة

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف سعته $C = 100\mu F$ خلال عملية الشحن و التفريغ .
نعتبر لحظة غلق قاطع التيار الكهربائي أصلا للتواريخ و لحظة فتحه أصلا جديدا لتواريخ

1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في المكثف عند التاريخ $t = 10ms$ و عند التاريخ $t = 70ms$

2. حدد E_{cmax} قيمة الطاقة القصوى المخزونة في المكثف

3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد

4. عبر عن الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية

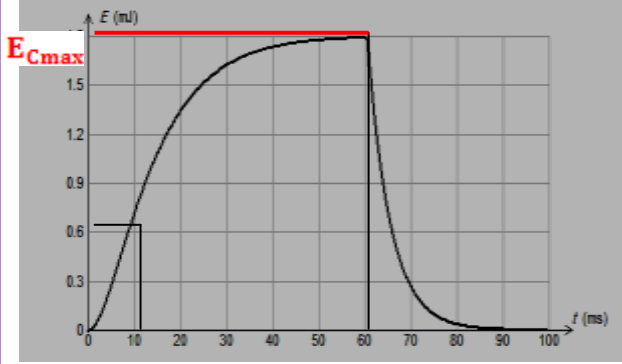
التفريغ بدلالة الزمن

5. بين أنه يمكن التعبير عن ثابتة الزمن بالعلاقة التالية:

$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{cmax}^2}{2E}\right)}$$

6. إستنتج قيمة ثابتة الزمن

7. حدد قيمة مقاومة الموصل الأومي



الجواب

1. قيمة الطاقة المخزونة في المكثف

عند التاريخ $t = 10ms$ الطاقة الموافقة هي $U_c = 0,6mj$ أنظر المنحنى

عند التاريخ $t = 70ms$ يكون المكثف في حالة التفريغ ، $E_c = 0,3mj$

2. الطاقة القصوى المخزونة في المكثف

$$E_{cmax} = 1,8mj \quad \text{لدينا}$$

3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد

$$E_{cmax} = \frac{1}{2} CU_{cmax}^2 \quad \text{وبالتالي } U_c = \sqrt{\frac{2E_{cmax}}{C}} \quad \text{وبالتالي فان } U_c = 6V$$

4. الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية التفريغ بدلالة الزمن

لدينا $E_c(t) = \frac{1}{2} CU_c^2(t)$ خلال عملية التفريغ نجد: $U_c(t) = Ee^{-t/\tau}$ نعوض في تعبير في الطاقة :

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C \left(Ee^{-t/\tau}\right)^2 \Rightarrow E_c(t) = \frac{C \cdot E^2}{2} e^{-2t/\tau}$$

5. تعبير ثابتة الزمن

$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{cmax}^2}{2E_c(t)}\right)} \quad \text{لدينا } E_c(t) = \frac{C \cdot E^2}{2} e^{-2t/\tau} \quad \text{نعلم } E = U_{cmax} \quad \text{و بالتالي } \frac{2E_c(t)}{C \cdot U_{cmax}^2} = e^{-2t/\tau} \quad \text{ومنه:}$$

6. قيمة ثابتة الزمن

نعتبر التاريخ $t = 70m$ الطاقة الموافقة هي: $E_c = 0,3mj$ اذن:

$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E_c}\right)} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{\ln\left(\frac{10^{-4} \cdot 36}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}\right)} = 11,16ms$$

7. قيمة مقاومة الموصل الأومي

$$C = \frac{11,16 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} \approx 111 \mu F$$

نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$ و بالتالي:

ثنائي القطب RL

تمرين 1

ننجز الدارة الكهربائية المبينة في الشكل:

في البداية، نعتبر أن القاطع التيار قد أغلق لوقت طويل.

1. أعط عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 بدلالة مميزات التركيب. أحسب I_0 .

2. أعط تعبير الطاقة المخزونة في الوشعة ثم أحسب قيمتها

3. في اللحظة $t = 0$ نفتح القاطع K . و نعين تغيرات التوتر بين مربطي الوشعة

1-3. حدد المعادلة التفاضلية التي يحققها تيار الكهربائي في الدارة.

2-3. تحقق أن حل المعادلة يكتب على الشكل التالي: $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$

3-4. استنتج $u_{AB}(t)$ تعبير التوتر بين مربطي الوشعة

4. لتعيين قيمة ثابتة الزمن لثنائي القطب RL تتبع الطريقة التالية:

ليكن t_1 هي اللحظة التي يزداد فيها التوتر u_{AB} بـ 10% بالنسبة لقيمته البدئية و t_2 هي اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى 90% من قيمته البدئية .

1 4. عبر عن زمن الصعود الذي نرمز له بـ $t_m = t_2 - t_1$. بدلالة ثابتة الزمن τ ،

2 4. استنتج قيمة ثابتة الزمن τ ثم قارن هذه القيمة مع القيمة $\tau = \frac{L}{R}$

الجواب

1. تعبير شدة التيار الكهربائي

$$I_0 = \frac{5}{50} = 0,1A \quad ; \quad I_0 = \frac{E}{R}$$

في الدارة تعطى بالعلاقة:

2. تعبير الطاقة القصوى المخزونة في الوشعة هي $E_m = \frac{1}{2} LI_0^2$

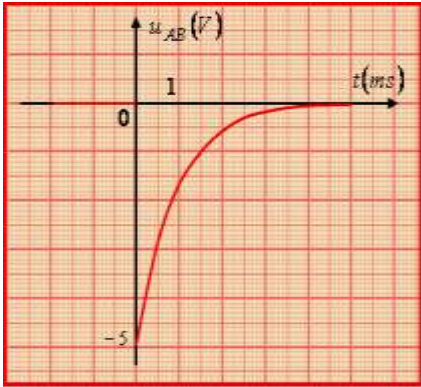
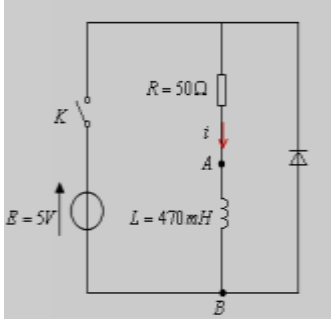
$$E_m = \frac{1}{2} \times 0,47 \times 0,1^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} J$$

3 1. بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_{AB} + u_R + u_D = 0$

الصمام في هذه الحالة يمرر التيار و هو بذلك يعتبر قاطع مغلق، و يكون التوتر بين طرفي $u_D = 0$.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0 \quad \text{ومنه نكتب: } L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \text{ومنه نجد:}$$

3 2. التحقق من أن المعادلة تقبل الحل المقترح، نعوض في المعادلة التفاضلية:



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{d\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right)}{dt} + \frac{R}{L}\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

.3

$$-\frac{E}{R}\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

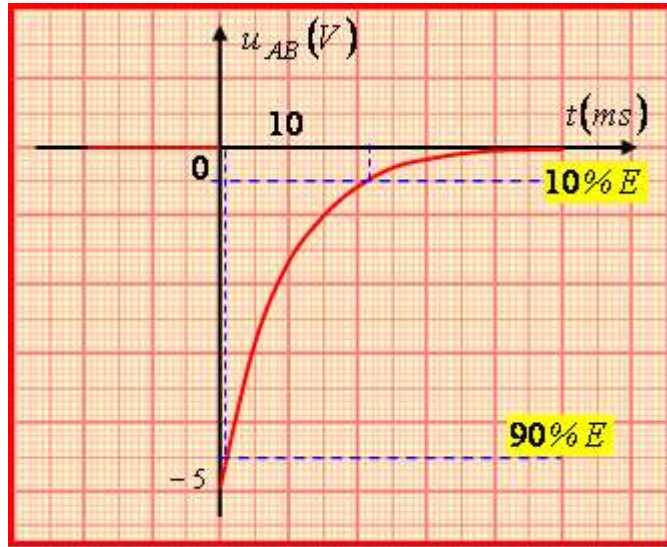
نرى بوضوح أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

4.3 عبارة $u_{AB}(t)$ تكون: $u_{AB}(t) = L \frac{di}{dt}$ و منه نجد: $u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

4. تعبير ثابتة الزمن $\tau = \frac{L}{R}$

المنحنى الذي حصلنا عليه يوافق دالة على الشكل : $u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

في اللحظة 0s يكون التوتر سالبا و لما $t \rightarrow \infty$ يؤول التوتر بين طرفي الوشعة إلى القيمة صفر.



في اللحظة t_1 يكون التوتر بين طرفي الوشعة قد زاد بـ 10%، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة تمثل :

$$u_{AB} = -90\%E = -0,9.E = -Ee^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$0,9 = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad \text{ومنه} \quad t_1 = -\tau \ln 0,9$$

في اللحظة t_2 يصل التوتر إلى 90% من التزايد، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة هي

$$u_{AB} = -10\%E = -0,1.E = -Ee^{-\frac{t_2}{\tau}}$$

$$t_2 = -\tau \ln 0,1 \text{ و } 0,1 = e^{-\frac{t_2}{\tau}} \text{ أي } t_2 = -\tau \ln 0,1$$

$$\text{زمن الصعود يكون: } t_2 - t_1 = \tau (\ln 0,9 - \ln 0,1) \text{ و هو ما يؤدي إلى:}$$

$$t_m = t_2 - t_1 = 2,18 \tau$$

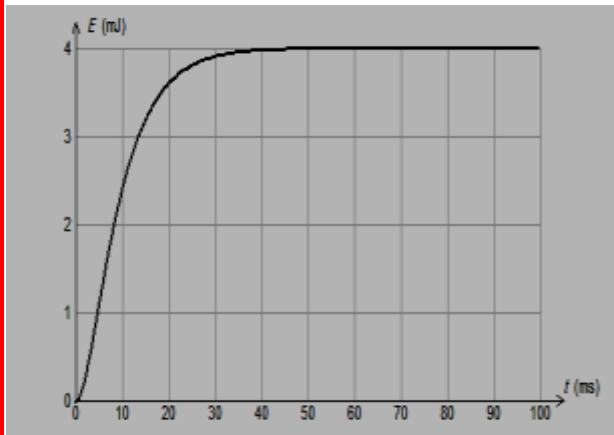
من المنحنى نجد: $t_m = t_2 - t_1 = 21ms$

$$\tau = \frac{21}{2,18} = 9,6ms \text{ و منه تكون قيمة ثابتة}$$

$$5. \text{ قيمة ثابتة الزمن: } \tau = \frac{L}{R} = \frac{0,47}{50} = 9,4 \cdot 10^{-3} s = 9,4ms \text{ مساوية للقيمة المحددة من خلال المنحنى}$$

تمرين 2 الدراسة الطاقة

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في الوشيعة مقاومتها r و معامل تحريضها $L = 200mH$ خلال إستجابتها لرتبة صاعدة للتوتر عبر موصل أومي مقاومتها $R = 30\Omega$



1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في الوشيعة عند التاريخ $t = 5ms$ و عند التاريخ $t = 50ms$
2. حدد I_{max} قيمة شدة التيار القصوى
3. بين أن تعبير المعادلة التفاضلية هو $i(t) + \tau \frac{di(t)}{dt} = \beta$
4. حدد تعبير كل من τ و β
5. عبر عن تغيرات التيار الكهربائي بدلالة الزمن
6. عبر عن E_m الطاقة المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن
7. بين أن تعبير ثابتة الزمن بدلالة الزمن هو

$$\tau = \frac{-t}{\ln \left(1 - \frac{2E_m(t)}{LI_0^2} \right)}$$

8. باستغلالك للمنحنى و تعبير τ حدد قيمة ثابتة الزمن
9. حدد المقاومة الداخلية للوشيعة ماذا تستنتج ؟

الجواب

1. قيمة الطاقة مبيانيا

$$\text{عند اللحظة } t = 5ms \quad E_m(t = 5ms) = 1mJ \quad \text{عند اللحظة } t = 50ms \quad E_m(t = 50ms) = 4mJ$$

2. تحديد I_{max} قيمة شدة التيار القصوى

$$\text{لدينا } E_{m(max)} = \frac{1}{2} LI_{max}^2 \text{ و بالتالي } I_{max} = \sqrt{\frac{2E_{m(max)}}{L}} = 0,2A$$

3. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$E = U_L + U_R \Rightarrow E = r \cdot i + L \frac{di}{dt} + R \cdot i$$

$$R_t = R + r \text{ حيث } E = (r + R) \cdot i + L \frac{di}{dt} \Rightarrow i + \frac{L}{R_t} \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$$

اذن:
$$\beta = \frac{E}{R_t} \quad \tau = \frac{L}{R_t} \quad \text{نضع} \quad i + \frac{L}{R_t} * \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$$

4. تعبير تغيرات شدة التيار الكهربائي

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي :
$$i(t) = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

 نضع $I_0 = \frac{E}{R_t}$ قيمة شدة التيار الكهربائي القصوى اذن:
$$i(t) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

5. تعبير E_m الطاقة المخزونة في الوشيعية بدلالة الزمن

لدينا $E_m(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$ نعلم أن $i(t) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و بالتالي
$$E_m(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2$$

6. تعبير ثابتة الزمن

لدينا $(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2 = \frac{2E_m(t)}{L I_0^2} \Rightarrow (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2 = \frac{2E_m(t)}{L I_0^2}$ و بالتالي
$$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = \sqrt{\frac{2E_m(t)}{L I_0^2}}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{L I_0^2}} \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln \left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{L I_0^2}} \right)$$

وبالتالي فان :
$$\tau = \frac{-t}{\ln \left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{L I_0^2}} \right)}$$

7. تحديد ثابتة الزمن

نعتبر اللحظة $4,5ms$ يصل التوتر إلى النظام الدائم حيث $E_m = 1mJ$ نعوض هذه المقادير في المعادلة السابقة

فنجد
$$\tau = \frac{-4,510^{-3}}{\ln \left(1 - \sqrt{\frac{2 \times 10^{-3}}{0,2 \times (0,2)^2}} \right)} = 6,52ms$$

8. قيمة المقاومة الداخلية

لدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$ ومنه $r = \frac{L}{\tau} - R$ ومنه $r = 0,6\Omega$ اذن يمكن إهمال المقاومة الداخلية