الموسم الدراسي 09/2008	فرض محروس 2
د جناح	السنة الثانية علوم فيزيائية 2

يسمح باستعمال الحاسبة الغير المبرمجة

مدة الانجاز ساعتان — السبت 2008/12/20

يؤخذ بعين الاعتبار النقاء وحسن تقديم الاجوبة

التمرين الاول 8نقط

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{(u_n)^3}{3(u_n)^2+1} \end{cases}$$

2ن	1-	بين بالترجع ان $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_n \succ 0$
2ن	2	أ- تحقق ان $u_{n+1}-u_n = \dfrac{-\left(2(u_n)^3+u_n\right)}{3(u_n)^2+1}$ ثم استنتج ان (u_n) تناقصية
1ن		ب-استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة
1ن	3	أ-بين ان $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_{n+1}-\frac{1}{3}u_n = \dfrac{-u_n}{3(3u_n^2+1)}$
		ب- استنتج ان $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_{n+1} \le \frac{1}{3}u_n$
2ن	4-	أ بين ان $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني 12نقطة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [1,+\infty[$ بما يلي

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x-1}$$

2ن	1-	أ- احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
		ب- بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ ثم استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى بجوار $+\infty$
2ن	2-	بين ان $\lim\limits_{x\to1+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = -\infty$ ثم اعط تاويلا هندسيا للنتيجة
2ن	3-	بين ان $(\forall x \succ 1) : f'(x) = -\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}\right)$ ثم انشئ جدول التغيرات
1ن	4-	أ-بين ان الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على المجال $J =]-\infty,1]$
1ن		ب- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.46 \prec \alpha \prec 1.47$
1ن		ج-بين ان الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق على المجال $]-\infty,1[$
1ن		د- احسب $f(2)$ ثم بين ان $(f^{-1})'\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-4}{3}$
2ن	5-	انشئ في نفس المعلم المنحنى الممثل لكل من الدالتين f و f^{-1}

Achamel.net