

المادة :	الرياضيات	المعامل :	7
الشعب(ة) :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	مدة الإنجاز :	3 س

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	حل معادلات ومتراجحات أسية نبرية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	دراسة دالة وحساب التكامل	3 نقط

التنقيط	الموضوع
	التمرين الأول : (2.5 ن)
0,5	(1) أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$.
1	ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$
1	(2) - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$
	التمرين الثاني : (4 ن)
	(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $x^2 - 6z + 18 = 0$
	(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B . اللتين لحاقها على التوالي هي : $a = 3 + 3i$ و $b = 3 - 3i$.
0,5	أ - أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b .
0,75	ب - بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها $\vec{OA}$ هو 6.
1	ج - بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' .
0,75	د - استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع.
	التمرين الثالث : (3.5 ن)
	نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{6u_n}{1 + 15u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.
0,5	(1) أ - تحقق من أن : $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.
0,5	ب - بين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$.
1,5	(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها ثم أكتب v_n بدلالة n .
	التمرين الرابع : (10 ن)
	I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I = [0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$
0,5	(1) أ - بين أن $g'(x) = \frac{x+1}{x}$ لكل x من I .
0,5	ب - بين أن الدالة g تزايدية على I .
1	(2) استنتج أن $g(x) \geq 0$ على $[0, +\infty[$ وأن $g(x) \leq 0$ على $[0, 1]$ (لاحظ أن $g(1)=0$)

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$. وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $1cm$) .	
(1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول النتيجة هندسيا .	0,75
ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (لاحظ أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I) .	1
ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .	0,5
(2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من I .	1
ب- استنتج أن الدالة f تزايدية على $[0, +\infty[$ وتناقصية على $]0, 1]$.	0,5
ج- اعط جدول تغيرات الدالة f على I .	0,25
(3) أنشئ (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1 و 2) .	
(4) أ- بين أن $H : x \mapsto \frac{1}{2} (\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال I .	0,5
ب- بين أن $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$.	0,75
ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء بيّن أن $\int_1^e \ln x dx = 1$.	1
(5) أ- تحقق من أن $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I .	0,25
ب- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = e$ و $x = 1$ هي : $0,5cm^2$	0,5