

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe : Exercices

Exercice d'application 1 :

- La vitesse angulaire du point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est $\dot{\theta} = 10 \text{ rad/s}$;
 - Calculer l'accélération angulaire du point M ;
 - Quelle est la nature du mouvement du point M ?
 - Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps , sachant que son abscisse angulaire à l'origine des dates est $\theta_0 = 2 \text{ rad}$
- L'expression de l'abscisse angulaire du point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :

$$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$$

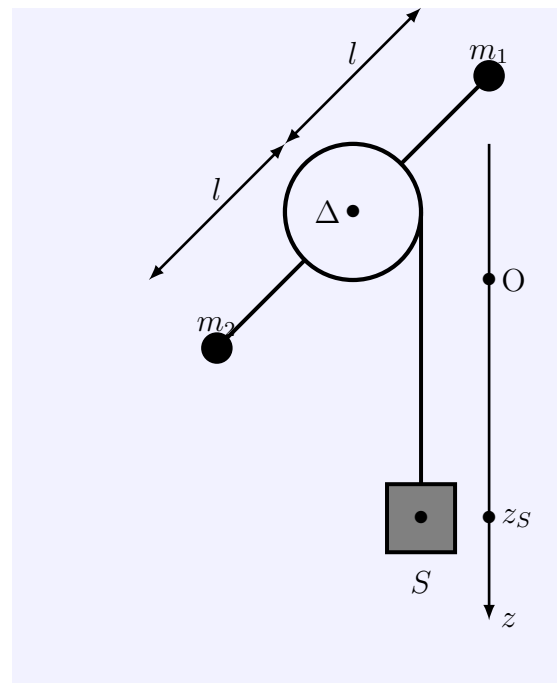
t est en (s) et θ en rad .

- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N en fonction du temps
- Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N en fonction du temps
- Quelle est la nature du mouvement du point N .

Exercice 1

On considère un cylindre (C) homogène de masse $M = 1 \text{ kg}$ et de rayon $r = 10 \text{ cm}$ pouvant tourner autour d'un axe fixe Δ , horizontal en passant par son centre d'inertie (G) . Une tige (T) de masse négligeable, fixée au cylindre en passant par G , à ces deux extrémités on fixe deux corps ponctuels de même masse $m_1 = m_2 = 0,5 \text{ kg}$ leurs centres de gravité se trouvent à une distance $l = 50 \text{ cm}$ de l'axe de rotation (Δ).

En enroule sur le cylindre un fil inextensible , de masse négligeable et on fixe l'autre extrémité du fil à un solide (S) de masse $m = 10 \text{ kg}$. Le fil ne glisse pas sur le cylindre . On lâche le système sans vitesse initiale à la date $t = 0$. on néglige toute sorte de frottement pendant le mouvement du système .



- Donner la signification physique des condition suivantes :
 - * un fil inextensible , Le fil ne glisse pas sur le cylindre
- Déterminer l'accélération $a = \frac{d^2 z}{dt^2}$ du solide (S) et la tension du fil au cours du mouvement du système . L'axe Oz est orienté vers le bas .

3. Quelle est la vitesse angulaire du cylindre lorsque le solide parcourt une altitude $h = 5m$

On donne $g = 10m/s^2$

Exercice 2

On considère un disque , de masse $m = 200g$, de rayon $r = 5cm$, susceptible de tourner autour d'un axe (Δ). On applique au disque immobile un couple de forces de moment $\mathcal{M}$ constant , le disque effectue alors un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ). Au bout d'une minute la vitesse angulaire du disque a la valeur de $\dot{\theta} = 5rad/s$, à cet instant on supprime l'action du couple de forces . Les frottements sont supposés négligeables

1. Calculer la valeur du moment d'inertie du disque par rapport à l'axe (Δ)
2. Montrer que l'accélération angulaire du disque est constante au cours de l'application du couple de moteur . Calculer sa valeur
3. En déduire la valeur du moment $\mathcal{M}$ du couple moteur
4. Quelle est la nature du mouvement du disque après avoir supprimé l'action du couple moteur ? Justifier la réponse .

Exercice 3

Un anneau de moment d'inertie J_{Δ} tourne autour de son axe (Δ) à raison de 90 tours par minute .

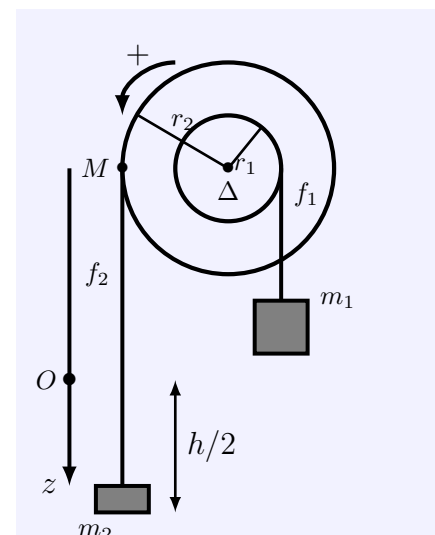
Pour freiner cet anneau , on exerce sur lui un couple de forces de moment $\mathcal{M}_C$ constant jusqu' à son arrêt. $\mathcal{M}_C = -0,2N/m$. On néglige les frottements .

1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant ? Justifier la réponse .
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire de l'anneau pendant l'action du couple de freinage sachant que $J_{\Delta} = 8 \times 10^{-3}kg.m^2$.
3. Calculer la durée de freinage .

Exercice 4

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance , de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est $J_{\Delta} = 1,7 \times 10^{-1}kg.m^2$.

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable . Soit f_1 le fil enroulé sur D_1 de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse $m_1 = 3kg$ et soit f_2 le fil enroulé sur le cylindre D_2 de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2kg$.



On libère le système sans vitesse initiale .

1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre .

2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} = \frac{r_1 \cdot g(2m_2 - m_1)}{J_{\Delta} + r_1^2(4m_2 + m_1)}$$

3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2
4. Calculer les deux tensions T_1 de f_1 et T_2 de f_2 .

5. À l'instant $t = 0$ les deux corps se trouvent de la même hauteur du plan horizontal ($h=0.5\text{m}$) et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas .

On considère le point M contact entre le fil f_2 et D_2 voir figure . Trouver les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_M$ en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de $\frac{h}{2}$.

On donne $g = 10\text{m/s}^2$

Exercice 5

Un plaque homogène OA , de masse $M = 2\text{kg}$ et de longueur $l = 50\text{cm}$, peut tourner dans un plan vertical , autour d'un axe fixe (Δ) passant par son extrémité O .

On lâche la plaque de sa position d'équilibre verticale instable où $\theta = 0^\circ$, l'abscisse angulaire à l'instant $t=0$, sans vitesse initiale . On donne le moment d'inertie de la plaque par rapport à (Δ) est : $J_{\Delta} = \frac{1}{3}Ml^2$ et l'intensité de pesanteur $g = 9,81\text{m/s}^2$.

1. Déterminer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ à un instant t où $\theta = 60^\circ$ avec la verticale .
2. Calculer la norme de l'accélération tangentielle a_T et la norme de l'accélération normale a_N de l'extrémité libre A de la plaque à cet instant .
3. En déduire la norme et la direction de l'accélération linéaire $\vec{a}$ de cette extrémité .

