

الاتصال

تذكير العمليات على النهايات

أ- تعتبر دالتين f و g .

عند x_0 أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار أو عند $+\infty$ أو عند $-\infty$ تكون لدينا النتائج التالية:

نهاية f	نهاية g	نهاية $f + g$	نهاية $f \times g$	نهاية $\frac{f}{g}$
l	l'	$l + l'$	$l \times l'$	$\frac{l}{l'} \quad (l' \neq 0)$
$l \neq 0$	$+\infty$	$+\infty$	∞ مع وضع إشارة l	0
$l \neq 0$	$-\infty$	$-\infty$	∞ مع وضع عكس إشارة l	0
l حيث $l \neq 0$	0^+	l	0	∞ مع وضع إشارة l
l حيث $l \neq 0$	0^-	l	0	∞ مع وضع عكس إشارة l
0	0	0	0	شكل غير محدد
0	$+\infty$	$+\infty$	شكل غير محدد	0
0	$-\infty$	$-\infty$	شكل غير محدد	0
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	شكل غير محدد	$+\infty$
$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	شكل غير محدد	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	شكل غير محدد	$+\infty$
∞ مع وضع إشارة l	l حيث $l \neq 0$	$+\infty$	∞ مع وضع إشارة l	$+\infty$
∞ مع وضع عكس إشارة l	l حيث $l \neq 0$	$-\infty$	∞ مع وضع عكس إشارة l	$-\infty$

نهاية f	نهاية $\sqrt{f}$
$l \geq 0$	$\sqrt{l}$
$+\infty$	$+\infty$

ب- نهايات دوال مثلثة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ج- النهايات والترتيب

f و g و h دوال معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0

* إذا كان لكل x من I ، $|f(x) - l| \leq u(x)$ وكان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$

* إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ و f موجبة على I فإن $l \geq 0$

* إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ بحيث $l \neq 0$ فإنه يوجد مجال مفتوح منقط J مركزه x_0 بحيث $\forall x \in J$ $f(x) \times l > 0$

* إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l'$ وكان $f \geq g$ على I فإن $l \geq l'$

* إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l$ وكان $f \geq h \geq g$ على I فإن $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = l$

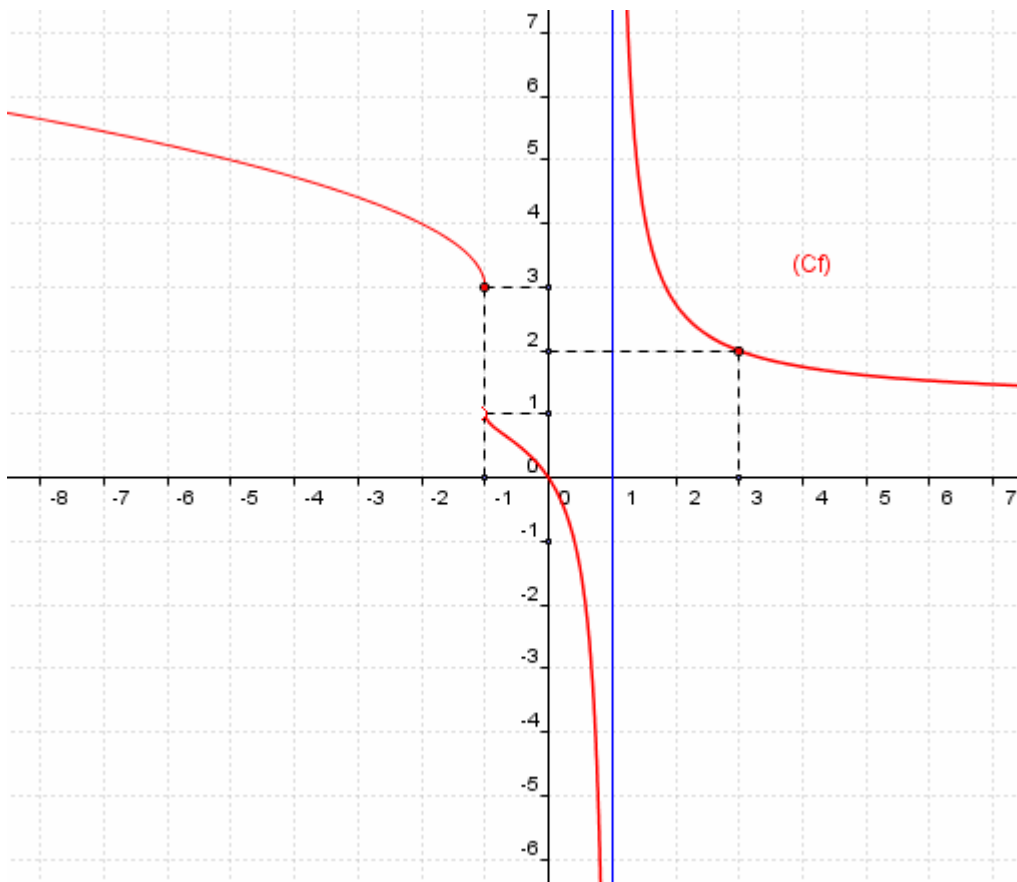
* إذا كان لكل x من I ، $f(x) \geq u(x)$ وكان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$

* إذا كان لكل x من I ، $f(x) \leq u(x)$ وكان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$

ملاحظة الخصائص السابقة تبقى صالحة عند $+\infty$ أو عند $-\infty$ أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار مع تعويض I على التوالي بالمجالات $]a; +\infty[$ و $]-\infty; a[$ و $]x_0; x_0 + \alpha[$ و $]x_0 - \alpha; x_0[$ ($\alpha > 0$)

I- الاتصال
a / نشاط

ليكن (C_f) منحنى دالة عدية f كما في الشكل التالي:



- 1- من خلا الشكل كيف ترى المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الافصول -1 ثم عند النقطة ذات 3
 - 2- أ/ أحسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ماذا تلاحظ
ب/ أحسب $f(-1)$ و أدرس نهاية f عند -1 ماذا تستنتج
- الجواب:

1/ من خلال شكل المنحنى (C_f) يتضح ان المنحنى متقطع عند النقطة ذات الافصول -1 و متصل عند النقطة ذات 3

2/ أ- من خلال شكل المنحنى (C_f) لدينا $f(3) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$

نلاحظ أن $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ لذا نقول إن الدالة f متصلة عند النقطة 3

ب- من خلال شكل المنحنى (C_f) لدينا $f(-1) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$

نلاحظ أن: * $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ نقول إن الدالة f غير متصلة عند -1

* $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1)$ نقول إن الدالة f متصلة على اليمين عند النقطة -1

* $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq f(-1)$ نقول إن الدالة f غير متصلة على اليسار عند النقطة -1

1- تعريف الاتصال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I ، و x_0 عنصرا من I
تكون f متصلة في النقطة x_0 إذا وفقط إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

تعريف الاتصال على اليمين -الاتصال على اليسار في نقطة

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال على مجال من نوع $[x_0; x_0 + \alpha[$ حيث $\alpha > 0$
تكون f متصلة على اليمين في النقطة x_0 إذا وفقط إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال على مجال من نوع $]x_0 - \alpha; x_0]$ حيث $\alpha > 0$
تكون f متصلة على اليسار في النقطة x_0 إذا وفقط إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$

خاصية

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I ، و x_0 عنصرا من I
تكون f متصلة في النقطة x_0 إذا وفقط f متصلة على اليمين و على اليسار في النقطة x_0

2- الاتصال في مجال

تعريف

لتكن f دالة عدية معرفة على المجال مفتوح I
تكون f متصلة على I إذا وفقط إذا كانت متصلة في كل نقطة من I

لتكن f دالة عدية معرفة على المجال $[a; b]$
تكون f متصلة على $[a; b]$ إذا وفقط إذا كانت متصلة في كل نقطة من $]a; b[$ ومتصلة على يمين a
و متصلة على يسار b

بالمثل نعرف الاتصال على $]a; b[$ و على $[a; b[$ و $]a; +\infty[$ و $]-\infty; a]$
ملاحظة التمثيل المباني لدالة متصلة على $[a; b]$ هو خط متصل طرفاه النقطتين اللتين إحداثيتهما $(a; f(a))$ و $(b; f(b))$

ج- التمديد بالاتصال

لتكن f دالة غير معرفة في x_0 لكن لها نهاية l في x_0
الدالة g المعرفة كما يلي $\begin{cases} g(x) = f(x) & (x \in D_f) \\ g(x_0) = l \end{cases}$ هي دالة متصلة في x_0 تسمى التمديد بالاتصال لـ f في x_0

II - مركبة دالتين

1 - اتصال مركبة دالتين

أ- خاصية

لتكن f دالة معرفة على مجال I و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$ ، ليكن $x_0 \in I$
إذا كانت f متصلة في x_0 و g دالة متصلة في $f(x_0)$ فان $g \circ f$ متصلة في x_0 .

ملاحظة الخاصية تبقى صالحة إذا عوضنا الاتصال في x_0 بالاتصال في x_0 على اليمين أو في x_0 على اليسار

خاصية

لتكن f دالة معرفة على مجال I و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$
إذا كانت f متصلة على I و g دالة متصلة على J فان $g \circ f$ متصلة على I .

مثال نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = \sin\left(\frac{2x^2 - 3}{x - 2}\right)$

$$D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

الدالة $u : x \rightarrow \frac{2x^2 - 3}{x - 2}$ متصلة على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$

الدالة $v : x \rightarrow \sin x$ متصلة على $\mathbb{R}$ و $v([2; +\infty[) \subset \mathbb{R}$ و $v(-\infty; 2[) \subset \mathbb{R}$ و $f = v \circ u$

إذن f متصلة على كل من المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$

ملاحظة الخاصية العكسية للخاصية السابقة غير صحيحة
مثال مضاد

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g \circ f(x) = 3 \quad g(x) = 3 \quad \begin{cases} f(x) = 2x & x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

$g \circ f$ متصلة في 1 و مع ذلك f غير متصلة في 1.

ب- لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0 و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \quad \text{و } g \text{ دالة متصلة في } l$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = g(l)$$

لتكن h تمديد بالاتصال للدالة f في المجال $I \cup \{x_0\}$ ($h(x_0) = l$)

إذن h متصلة في x_0 و بالتالي $g \circ h$ متصلة في x_0

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g \circ h(x) = g \circ h(x_0) = g(l) \quad \text{ومنه} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = g(l)$$

خاصية

لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0 و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \quad \text{و } g \text{ دالة متصلة في } l \quad \text{فان} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = g(l)$$

ملاحظة الخاصية تبقى صالحة عند $\pm\infty$ أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار.

$$\text{مثال حدد} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\sin \pi x}{4x}\right)$$

2- صورة مجال بدالة متصلة
خاصية

صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة.
صورة مجال بدالة متصلة هو مجال.

ملاحظة

* إذا كانت f متصلة على $[a; b]$ فانه يوجد α و β من $[a; b]$ حيث

$$f([a; b]) = [m; M] \quad \text{و} \quad m = f(\beta) = \inf_{x \in [a; b]} (f(x)) \quad M = f(\alpha) = \sup_{x \in [a; b]} (f(x))$$

* إذا كان I مجالا من $\mathbb{R}$ و $f(I)$ ليس مجالا من $\mathbb{R}$ فان f غير متصلة على I

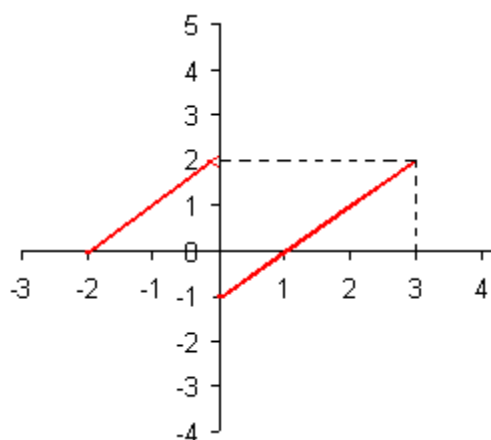
* في الخاصية الشرط f متصلة شرط كاف ولكن غير

لازما أي يمكن أن تكون صورة مجال بدالة غير متصلة هي مجال

مثال نعتبر الدالة ذات التمثيل المبياني التالي على $[-2; 3]$

$$f([-2; 3]) = [-1; 2]$$

و مع ذلك f غير متصلة على $[-2; 3]$ لأنها غير متصلة في 0

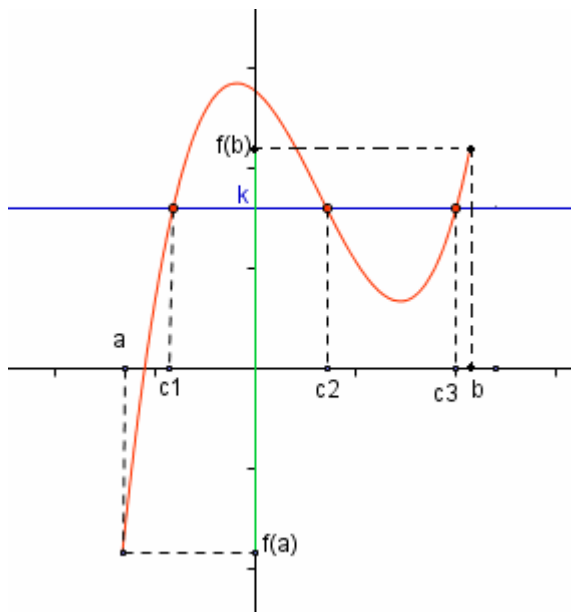


ب- نتائج

* لتكن f متصلة على $[a; b]$

نبين أن لكل λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد c من $[a; b]$ حيث $f(c) = \lambda$

بما أن f متصلة على $[a; b]$ يوجد m و M من $\mathbb{R}$ حيث $f([a; b]) = [m; M]$



$$m = \inf_{x \in [a; b]} (f(x)) \quad M = \sup_{x \in [a; b]} (f(x))$$

و منه f شمولية من $[a; b]$ نحو $[m; M]$

و بما أن $f(a)$ و $f(b)$ ينتميان الى $[m; M]$ فان $\lambda \in [m; M]$ و منه يوجد c من $[a; b]$ حيث $f(c) = \lambda$.

مبرهنة القيم الوسيطة

إذا كانت f متصلة على $[a; b]$ فان لكل λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد c من $[a; b]$ حيث $f(c) = \lambda$.

نتيجة

إذا كانت f متصلة على $[a; b]$ وكان $f(a) \cdot f(b) < 0$ فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في $]a; b[$.

تمرين بين أن المعادلة $2 \sin x = x$ تقبل حلا في $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

3- الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال

أ- دالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال

الدالة f متصلة و تناقصية قطعاً	
المجال I	المجال $f(I)$
$[a; b]$	$[f(b); f(a)]$
$[a; b[$	$\left[\lim_{x \rightarrow b^-} f(x); f(a)\right]$
$]a; b]$	$\left[f(b); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)\right]$
$]a; b[$	$\left[\lim_{x \rightarrow b^-} f(x); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)\right]$
$[a; +\infty[$	$\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); f(a)\right]$
$]a; +\infty[$	$\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)\right]$
$]-\infty; a]$	$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)\right]$
$]-\infty; a[$	$\left[\lim_{x \rightarrow a^-} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)\right]$

الدالة f متصلة و تزايدية قطعاً	
المجال I	المجال $f(I)$
$[a; b]$	$[f(a); f(b)]$
$[a; b[$	$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)\right]$
$]a; b]$	$\left[\lim_{x \rightarrow a^+} f(x); f(b)\right]$
$]a; b[$	$\left[\lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)\right]$
$[a; +\infty[$	$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)\right]$
$]a; +\infty[$	$\left[\lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)\right]$
$]-\infty; a]$	$\left[\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); f(a)\right]$
$]-\infty; a[$	$\left[\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)\right]$

خاصية

إذا كانت دالة f متصلة ورتبية قطعاً على مجال I فان f تقابل من I نحو المجال $f(I)$

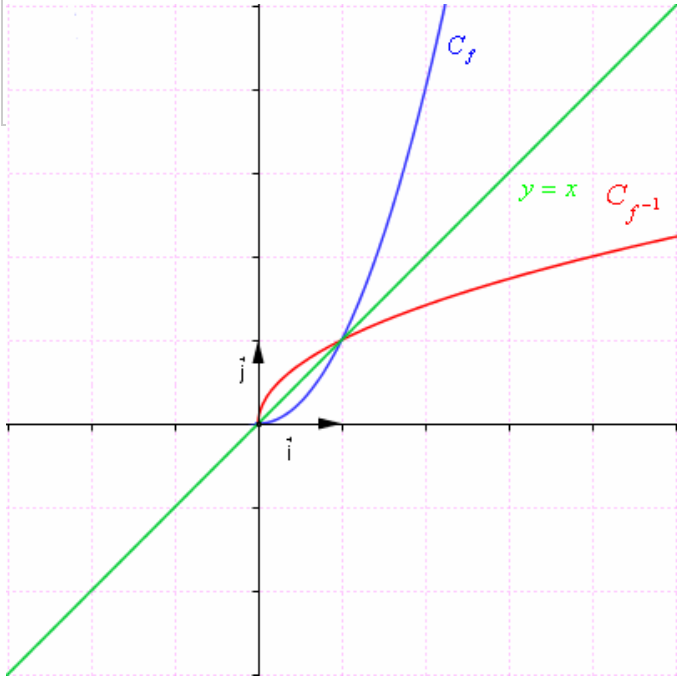
خاصية

إذا كانت f متصلة ورتبية قطعاً على $[a; b]$ وكان $f(a) \cdot f(b) < 0$ فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في $]a; b[$.

تمرين بين أن المعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً في $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$

ب- الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبية قطعاً خاصية

إذا كانت دالة f متصلة ورتبية قطعاً على مجال I فإنها تقبل دالة عكسية نرمز لها f^{-1} تكون متصلة على $f(I)$ و لها نفس منحنى تغيرات f و منحناها $C_{f^{-1}}$ هو مماثل المنحنى C_f بالنسبة للمنتصف الأول في معلم متعامد و ممنظم.



$$\forall x \in f(I) \quad \forall x \in I \quad f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow x = f(y)$$

$$\forall x \in f(I) \quad f \circ f^{-1}(x) = x \quad ; \quad \forall x \in I \quad f^{-1} \circ f(x) = x$$

تمرين لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

بين أن القصور g للدالة f على $[-1; 1]$ تقابل من $[-1; 1]$ نحو مجال I يجب تحديده ثم دد g^{-1}

4- أمثلة لدوال عكسية أ- دالة الجذر من الرتبة n تعريف و خاصية

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

الدالة $x \rightarrow x^n$ تقابل من $\mathbb{R}^+$ إلى $\mathbb{R}^+$ و تقابلها العكسي يسمى دالة الجذر من الرتبة n يرمز له بـ $\sqrt[n]{x}$
لكل عنصر x من $\mathbb{R}^+$ ، $\sqrt[n]{x}$ يقرأ الجذر من الرتبة n للعدد x .

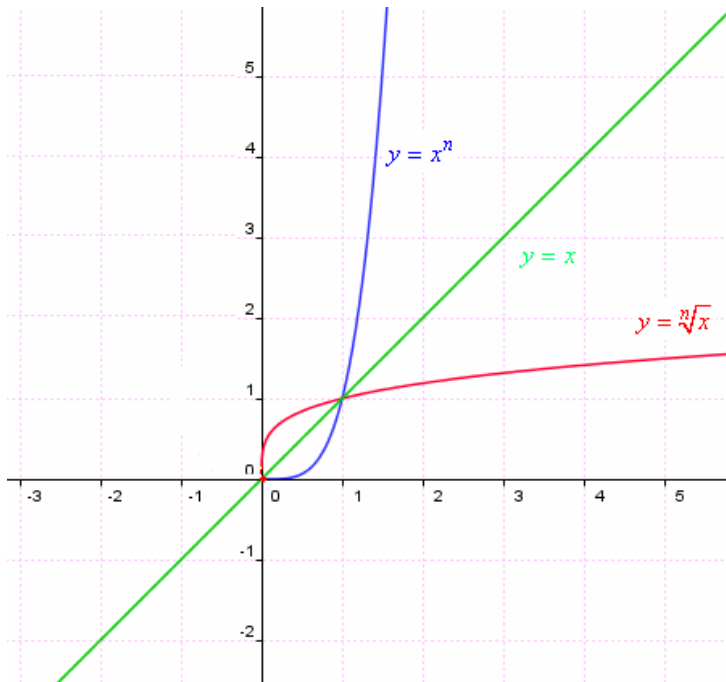
$$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^{+2} \quad \sqrt[n]{x} = y \Leftrightarrow x = y^n$$

ملاحظة و اصطلاح ليكن $x \in \mathbb{R}^+$
 $\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}$; $\sqrt[1]{x} = x$ -

- $\sqrt[3]{x}$ يسمى الجذر المكعب للعدد x
التمثيل المبياني

* في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالة $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$
مماثل لمنحنى الدالة $x \rightarrow x^n$ بالنسبة للمنتصف الأول للمعلم

حالة: $n = 4$



نتائج

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

- * الدالة $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$ متصلة على $\mathbb{R}^+$
- * الدالة $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$ تزايدة قطعاً على $\mathbb{R}^+$
- * $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$

$$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^{+2} \quad (\sqrt[n]{x})^n = x$$

$$\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x = y$$

$$\sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x < y$$

ب- حل المعادلة $x^n = a$ $x \in \mathbb{R}$

تمرين حل في $\mathbb{R}$ المعادلات $x^4 = 5$; $x^7 = -8$; $x^5 = 243$

تمرين ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ و $a \in \mathbb{R}$ حل وناقش في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^n = a$

ج- العمليات على الجذور

ليكن $(n; p) \in \mathbb{N}^{*2}$; $(a; b) \in \mathbb{R}^{+2}$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p} \quad ; \quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^p} \quad ; \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[np]{a} \quad ; \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[np]{a^p} \Leftrightarrow (\sqrt[n]{a})^{pn} = (\sqrt[np]{a^p})^{pn} \Leftrightarrow \left((\sqrt[n]{a})^n\right)^p = a^p \Leftrightarrow a^p = a^p \quad \text{البرهان}$$

تمرين **1- برهن أن** $\sqrt[n]{a} \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{n+m}}$ $\forall a \in \mathbb{R}^+ \quad \forall (n; m) \in \mathbb{N}^{*2}$

$$\text{بسط} \quad \frac{\sqrt[3]{1024} \sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{64} \sqrt[3]{\sqrt{256}} \sqrt{18}}$$

3- قارن $\sqrt[5]{2}$; $\sqrt[7]{3}$

د- اتصال ونهاية مركبة دالة و دالة الجذر النوني

خاصيات

لتكن f دالة موجبة على مجال I و x_0 عنصرا من I

■ اذا كانت f متصلة على I فان $\sqrt[n]{f}$ متصلة على I

■ اذا كانت $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}$

■ اذا كانت $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = +\infty$

ملاحظة الخاصيتان تطلان صالحتين عندما يؤول x الى x_0 على اليمين أو الى x_0 على اليسار أو الى $+\infty$

أو الى $-\infty$

تمرين

لتكن (E) المعادلة $\sqrt[3]{2x-1} = \sqrt{x}$ $x \in \mathbb{R}$

أ/ تأكد أن 1 حل للمعادلة (E)

ب/ حل المعادلة (E)

تمرين **1-** بين أن الدالة $x \rightarrow \sqrt[5]{x^2 - 2x - 3}$ متصلة في كل نقطة من حيز تعريفها .

$$\text{2- حدد} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[5]{x^3 + 8} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[8]{x^3 - x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[6]{x^3 + x + 1}}{\sqrt{x+1}} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$$

ذ- القوة الجذرية لعدد حقيقي موجب

(امتداد للقوة الصحيحة النسبية)

تعريف

ليكن $r \in \mathbb{Q}^*$; $a \in \mathbb{R}^+$

العدد a^r هو العدد $\sqrt[q]{a^p}$ حيث $r = \frac{p}{q}$; $(p; q) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{N}^*$ و يسمى القوة الجذرية للعدد a ذات

الأس r .

ملاحظة $a \in \mathbb{R}^{+*} \quad a^0 = 1$

ج- العمليات على القوة الحذرية

ليكن $(a; b) \in \mathbb{R}_+^{*2}$; $(r; r') \in \mathbb{Q}^2$

$$a^r a^{r'} = a^{r+r'} ; a^r b^r = (ab)^r ; (a^r)^{r'} = a^{rr'}$$

$$\frac{1}{a^r} = a^{-r} ; \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r ; \frac{a^r}{a^{r'}} = a^{r-r'}$$

البرهان نضع $r = \frac{p}{q}$; $r' = \frac{n}{m}$ ومنه

$$a^r a^{r'} = \sqrt[q]{a^p} \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[qm]{a^{pm}} \sqrt[mq]{a^{nq}} = \sqrt[qm]{a^{pm+nq}} = a^{\frac{pm+nq}{qm}} = a^{r+r'}$$

B- دوال عكسية لدوال مثلثية

1- دالة قوس الظل

أ- خاصية و تعريف

الدالة $x \rightarrow \tan x$ تقابل من $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ نحو $\mathbb{R}$ و تقابلها العكسي يسمى دالة قوس الظل و يرمز لها بـ $\arctan$

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arctan x = y \Leftrightarrow x = \tan y$$

ب- نتائج

* - الدالة $x \rightarrow \arctan x$ متصلة على $\mathbb{R}$ و فردية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2} \quad - *$$

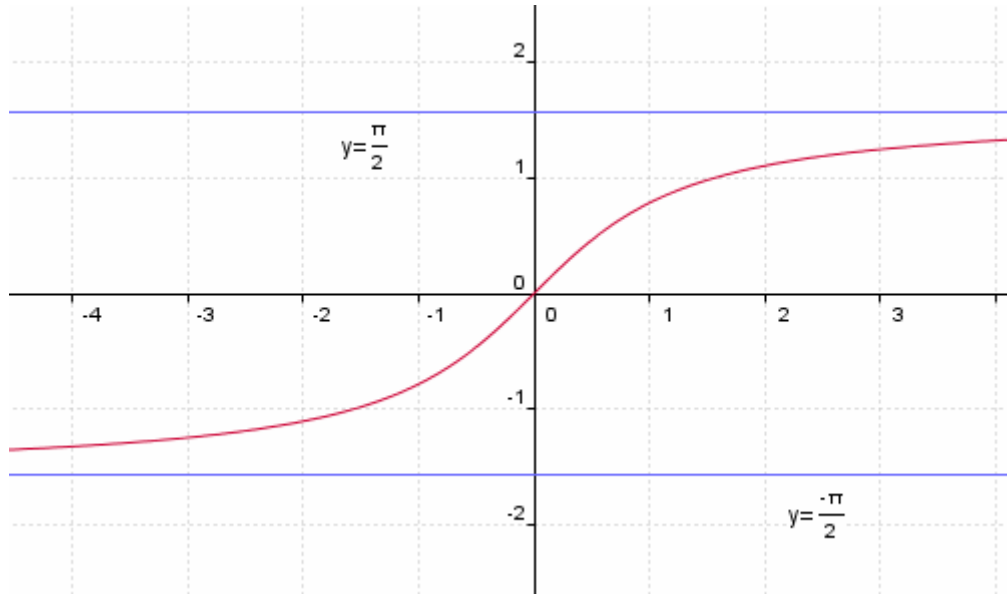
$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \tan(\arctan x) = x$$

$$\forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arctan(\tan x) = x$$

$$\forall (x_1; x_2) \in \mathbb{R}^2 \quad \arctan x_1 = \arctan x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\forall (x_1; x_2) \in \mathbb{R}^2 \quad \arctan x_1 < \arctan x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

د- التمثيل المبياني لدالة قوس الظل



طريقة التفرع النهائي DICHOTOMIE

نتيجة لمبرهنة القيم الوسيطة

إذا كانت f متصلة ورتيبة قطعاً على $[a; b]$ وكان $f(a) \cdot f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في $]a; b[$.

تحديد تأطير للعدد α سعته l

