

2 س . ب . علوم	المستوى الدراسي	التكامل	
جميع المسالك	المسلك	Intégral	
الرياضيات	المادة	ملخص عام للدرس	

1. تعريف :

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a; b]$ لدينا : $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ حيث F دالة أصلية للدالة f على $[a; b]$.

2. خصائص :

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \quad ; \quad \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

هذه الخاصية تسمى الخطائية

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \Rightarrow F'(x) = f(x) \quad \text{تسمى علاقة شال} \quad \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

3. التكامل والترتيب :

لتكن f دالة متصلة على المجال $[a; b]$ حيث $a < b$ $\int_a^b f(x) dx \geq 0$ $\Rightarrow f(x) \geq 0$

4. القيمة المتوسطة لدالة متصلة :

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a; b]$ ($a \neq b$). العدد الحقيقي $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ يسمى القيمة المتوسطة

للدالة f على المجال $[a; b]$. يوجد على الأقل $c \in [a; b]$ بحيث $A = f(c)$.

5. تقنيات حساب التكامل :

- استعمال الدوال الأصلية مباشرة
- كتابة دالة جذرية كمجموع دوال جذرية
- أخطاء دوال متناحية (صيغة أولير ومثلث باسكال)
- المكاملة بالأجزاء

f و g قابلتين للاشتقاق على $[a; b]$ و f' و g' متصلتان على $[a; b]$.

$$\int_a^b f'(x)g(x) dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x) dx$$

6. حساب المساحة والحجم :

أ - المساحات :

• إذا كانت f متصلة وموجبة على $[a; b]$ فإن مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و (Ox) و $x = a$ و $x = b$ هي $\int_a^b f(x) dx$.

• إذا غيرت إشارتها f على المجال $[a; b]$ فإن مساحة الحيز هي:
 $A(\Delta) = \left| \int_c^a f(x) dx \right| + \left| \int_d^c f(x) dx \right| + \left| \int_b^d f(x) dx \right|$ مساحة الحيز بين (C_f) و (C_g) و $x = a$ و $x = b$ هي
 $\left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$ نتكلم عن المساحة الجبرية والهندسية.

ب الحجم

في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و f متصلة على $[a; b]$. إذا دار المنحنى على محور الافاصيل دورة كاملة فانه يولد مجسم الدوران حجمه هو $V = \int_a^b \pi f^2(x) dx$