

|                   |         |                               |            |
|-------------------|---------|-------------------------------|------------|
| ع ف - ع ح أ - ع ز | الثانية | ملخص لاهم مفاهيم حساب التكامل | نظم عرفوبي |
|-------------------|---------|-------------------------------|------------|

### -تعريف

$f$  متصلة على المجال  $I$ .  $a$  و  $b$  عنصران من  $I$ .  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $I$ . العدد  $F(b) - F(a)$  يسمى تكامل  $f$  من  $a$  الى  $b$  ويكتب  $\int_a^b f(x)dx$  ويقرأ مجموع  $f(x)dx$  من  $a$  الى  $b$  او تكامل  $f(x)dx$  من  $a$  الى  $b$ .

### ملاحظة:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{نكتب كذلك}$$

| المكاملة بالاجزاء                                                                                                                                                                                                                               | خاصيات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><math>u</math> و <math>v</math> دالتان قابلتان للاشتقاق على <math>[a:b]</math>.</p> <p><math>u'</math> و <math>v'</math> متصلتان على <math>[a:b]</math></p> <p><math>\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx</math></p> | <p><math>f</math> متصلة على المجال <math>I</math>. <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> من <math>I</math></p> <p><math>\int_a^a f(x)dx = 0</math> *</p> <p><math>\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx</math> *</p> <p>* علاقة شال <math>\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx</math></p> <p>* <math>\int_a^b (f+g)(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx</math> *</p> <p>* <math>\int_a^b (\alpha f)(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx</math> مع <math>\alpha \in \mathbb{R}</math></p> |

### -القيمة المتوسطة:

العدد  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$  يسمى القيمة المتوسطة للدالة  $f$  على  $[a:b]$

ولدينا  $\exists c \in [a:b] \quad f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$

### 3- التكامل والترتيب

|                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><math>\forall x \in [a:b] \quad f(x) \geq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx</math></p> <p><math>\left  \int_a^b f(x)dx \right  \leq \int_a^b  f(x) dx</math> *</p> | <p><math>f</math> و <math>g</math> دالتان متصلتان على <math>[a:b]</math> مع <math>a \leq b</math></p> <p><math>\forall x \in [a:b] \quad f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0</math> *</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 4-تطبيقات الحساب التكامل

| حساب المساحة الهندسية                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | حساب الحجم                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>* <math>f</math> متصلة على المجال <math>[a:b]</math>. المساحة الهندسية للحيز <math>D</math> المحصور بين منحنى <math>f</math> ومحور الافاصل والمستقيمين المعروفين ب <math>x=a</math> و <math>x=b</math> هي <math>\int_a^b  f(x) dx</math></p> <p>* <math>f</math> و <math>g</math> متصلتان على المجال <math>[a:b]</math>. المساحة الهندسية للحيز <math>D</math> المحصور بين المنحنيين <math>C_f</math> و <math>C_g</math> والمستقيمين المعروفين ب <math>x=a</math> و <math>x=b</math> هي <math>\int_a^b  f(x)-g(x) dx</math></p> | <p>* <math>f</math> متصلة على المجال <math>[a:b]</math>.</p> <p>حجم الجسم <math>(S)</math> المولد بدوران منحنى الدالة <math>f</math> حول محور الافاصل دورة كاملة هو <math>\int_a^b \pi (f(x))^2 dx</math></p> |